

9.2, 9.3.1 классы (ен, сэ)

2021-2022 уч.год

Банк заданий по математике для подготовки к тестированию
(учебники: Геометрия-Атанасян Л.С.; Алгебра-Никольский С.М.)

Тема модуля № 4

«Основные тригонометрические формулы. Соотношения между углами и сторонами треугольника. Скалярное произведение векторов»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

1. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла,
2. Тригонометрические тождества.
3. Формулы приведения.
4. Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
5. Формулы двойного угла.
6. Теорема о площади треугольника.
7. Теоремы синусов и косинусов. Решение треугольников.
8. Скалярное произведение векторов.

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. Оперировать понятиями синус, косинус, тангенс и котангенс угла,
2. Применять тригонометрические тождества.
3. Использовать формулы приведения, синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов для нахождения значения тригонометрических функций не табличных углов.
4. Использовать теоремы синусов и косинусов для решения треугольников.
5. Применять скалярное произведение при решении задач

Умения, характеризующие достижения этого результата:

1. Выполнять необходимые вычисления используя основные тригонометрические формулы.
2. Решать треугольник, используя соотношения между сторонами и углами треугольника.
3. Вычислять скалярное произведение векторов

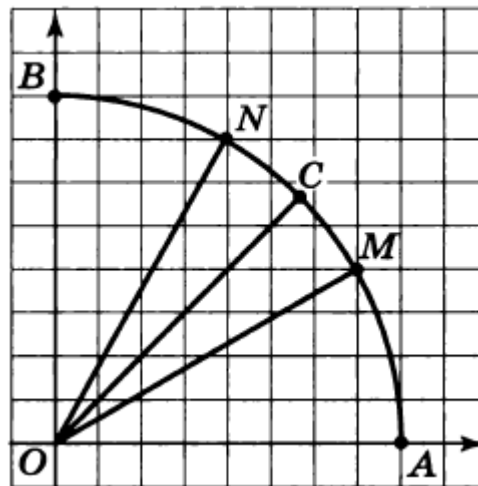
1. Основные тригонометрические формулы.

1.	Найдите радианную меру угла, равного: а) 180^0 ; б) 90^0 ; в) 30^0 .
2.	Найдите градусную меру угла, равного: а) π рад; б) $\frac{\pi}{4}$ рад; в) $\frac{2\pi}{3}$.

3. Точка C делит дугу AB единичной окружности на две равные части, а точки M и N делят дугу AB на три равные части (см. рисунок).

Определите:

- а) градусную меру угла AOC ;
б) радианную меру угла AON .



4.

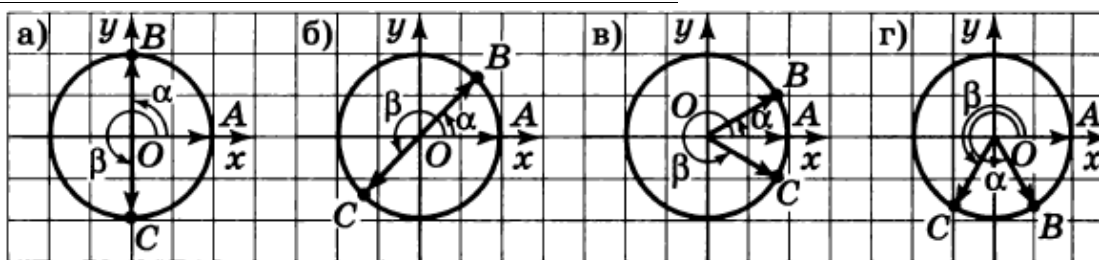


Рис.1

- Определите координаты точек B и C и градусную меру углов α и β , если точки B и C , соответствующие углам α и β , лежат на пересечении:
 - оси Oy с единичной окружностью (Рис.1, а) ;
 - биссектрис I и III координатных углов с единичной окружностью (Рис.1. б) .
- Определите координаты точек B и C и радианную меру углов α и β , если точки B и C , соответствующие углам α и β , лежат на пересечении:
 - прямых $y = \frac{1}{2}$ и $y = -\frac{1}{2}$ с единичной окружностью (Рис.1, в) ;
 - прямых $x = \frac{1}{2}$ и $x = -\frac{1}{2}$ с единичной окружностью (Рис.1, г) .

5.

На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α , β , γ и ϕ (Рис.2). Определите синус и косинус каждого из этих углов.

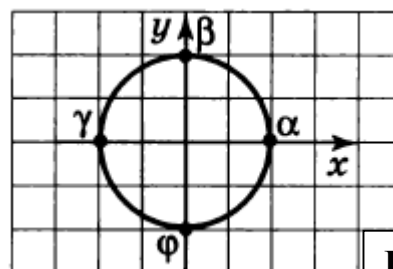
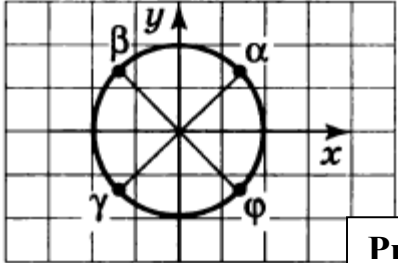


Рис.2

6.	На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α, β, γ и φ (Рис.3). Определите синус и косинус каждого из этих углов.  Рис.3
7.	Изобразите на единичной окружности точки, соответствующие таким углам α, для каждого из которых справедливо равенство: а) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$; б) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\cos \alpha = -1$.
8.	Найдите значение выражения $\cos \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$.
9.	Вычислите синусы, косинусы и тангенсы углов 120° , 135° , 150° .
10.	В какой четверти расположен угол α , если $\sin \alpha > 0$, $\operatorname{tg} \alpha < 0$?
11.	Найдите наименьшее значение выражения $3\sin \alpha + 2$.
12.	Какое из указанных выражений не имеет смысла? 1) $\sin \frac{\pi}{2}$ 2) $\operatorname{ctg} \pi$ 3) $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2}$ 4) $\operatorname{tg} \pi$
13.	Из приведённых чисел выберите наибольшее. 1) $\cos 1$ 2) $\cos 2$ 3) $\cos 3$ 4) $\cos 4$
14.	Известно, что $a = \cos 270^\circ$ и $b = \sin 180^\circ$. В каком из вариантов ответа дана верная информация о значениях a и b? 1) $a = 0$, $b = 1$ 2) $a = 0$, $b = 0$ 3) $a = -1$, $b = 1$ 4) $a = 1$, $b = -1$
15.	Каковы координаты точки М, полученной при повороте точки Р(1;0) на угол $\frac{\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$
16.	Найдите значение выражения $\cos \frac{\pi}{3} : \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$
17.	Углом какой четверти является угол α , если $\cos \alpha > 0$, а $\operatorname{ctg} \alpha < 0$?

18.	Какое из данных чисел отрицательное? 1) $\operatorname{tg}(-2)$ 2) $\sin 3$ 3) $\cos(-5)$ 4) $\operatorname{ctg} 2$
19.	Каковы знаки тригонометрических функций в координатных четвертях: а) $\sin 275^\circ$; б) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$
20.	Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если: а) $\cos \alpha = 1$; б) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
21.	Найдите $\sin \alpha$, если: а) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$; б) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
22.	
23.	Вычислите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
24.	Вычислите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
25.	Вычислите: а) $\cos 75^\circ$ б) $\sin 74^\circ \cos 16^\circ + \cos 74^\circ \sin 16^\circ$ в) $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
26.	Упростите выражение: а) $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$ б) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ в) $\sin \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}$
27.	Пользуясь формулами приведения замените данные выражения тригонометрическими функциями угла α: а) $\sin(180^\circ - \alpha)$ б) $\cos(90^\circ - \alpha)$
28.	Найдите значение выражения $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) - \operatorname{tg}(\pi + \alpha)$, если $\alpha = -\frac{\pi}{4}$.
29.	Вычислите: а) $\cos 17\pi$ б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$
30.	Найдите значения выражения: а) $\sin(-30^\circ) + \cos(-60^\circ)$ б) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

31.	Углом какой четверти является угол α , если а) $\sin \alpha > 0$ и $\cos \alpha > 0$ б) $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha > 0$ в) $\sin \alpha < 0$ и $\operatorname{tg} \alpha < 0$ г) $\operatorname{ctg} \alpha > 0$ и $\sin \alpha < 0$
32.	Выяснить, какой знак имеют следующие функции: а) $\sin \frac{\pi}{10}$ б) $\cos(-100^\circ)$ в) $\cos 355^\circ$ г) $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}$
33.	Вычислите (найдите значение выражения): а) $-\sin 225^\circ$ в) $\cos(-225^\circ)$ б) $\operatorname{tg}(-330^\circ)$ г) $-\operatorname{ctg} 300^\circ$
34.	Преобразуйте выражение а) $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$ б) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1}$ в) $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$ г) $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha}$
35.	Известно, что $360^\circ < \alpha < 450^\circ$. Найдите: а) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{15}{17}$ б) $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ в) $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ г) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{3}{5}$
36.	Вычислите: а) $\sin 15^\circ$ б) $\sin 75^\circ$ в) $\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 20^\circ \sin 10^\circ$ г) $\cos 50^\circ \cos 5^\circ + \sin 50^\circ \sin 5^\circ$
37.	Упростите выражение: а) $\frac{\sin 2x}{2 \cos x}$ б) $\frac{2 \sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$ в) $\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$ г) $1 - 2 \sin^2 \alpha$

38.	Сравните числа: что больше: $-\frac{\pi}{2}$ и -2
39.	Найдите наименьшее значение выражения $3\sin \alpha - 2$.
40.	Найдите значение выражения: $2\sqrt{6} \cdot \cos \frac{25\pi}{4} \cdot \sin \frac{8\pi}{3}$
41.	Упростите выражение: а) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha$; б) $\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1\right) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$.
42.	Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right).$
43.	Найдите значение выражения: а) $\frac{\cos 2^\circ \cos 28^\circ - \sin 28^\circ \sin 2^\circ}{\cos 47^\circ \cos 2^\circ + \sin 47^\circ \sin 2^\circ},$ б) $\frac{\sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8}}.$

2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

1.	В треугольнике ABC угол C прямой, BC = 8, $\sin A = 0,4$. Найдите AB.
2.	В треугольнике ABC угол C прямой, AC = 9, $\cos A = 0,3$. Найдите AB.
3.	В треугольнике ABC угол C равен 90° , AC = 20, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите BC.
4.	В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{4}{5}$, AC = 9. Найдите AB.
5.	В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $20\sqrt{3}$, а сторона AB равна 40. Найдите $\cos B$.
6.	Площадь прямоугольного треугольника равна $722\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.

7.	В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{3}$, а угол между ними равен 60° . Найдите площадь треугольника.
8.	Углы В и С треугольника ABC равны соответственно 65° и 85° . Найдите ВС, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 14.
9.	Площадь треугольника ABC равна 60 см^2 . Найдите сторону АВ, если $AC = 15 \text{ см}$, $\angle A = 30^\circ$.
10.	С помощью теорем синусов и косинусов решите треугольник ABC, если: $b=32$, $c=45$, $\angle A = 87^\circ$.
11.	В треугольнике ABC $AC=12 \text{ см}$, $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. Найдите АВ и $S_{\triangle ABC}$.
12.	В треугольнике ABC $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 15^\circ$, $BC = 4\sqrt{6}$. Найдите AC.
13.	В равнобедренном треугольнике ABC ($AB=BC$), $\angle A = \alpha$, $AC=b$, АЕ-биссектриса. Найдите АЕ.
14.	Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 120° , если две другие стороны равны 6 см и 10 см.
15.	В треугольнике ABC $b=0,3$, $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. Найдите неизвестные элементы треугольника.
16.	В треугольнике ABC $a = 28$, $b = 35$, $c = 42$. Найдите угол, лежащий против меньшей стороны.
17.	В треугольнике ABC $AB = 6\sqrt{3} \text{ см}$, $AC=8 \text{ см}$, $\angle A = 60^\circ$. Найдите площадь этого треугольника.
18.	Две стороны треугольника равны 7 и $\sqrt{98}$ см, а угол, противолежащий большей из них, равен 45° . Найдите другие углы этого треугольника.
19.	Сторона треугольника равна 18 см, а радиус описанной окружности - $6\sqrt{3}$ см. Найдите угол, противолежащий данной стороне. Сколько решений имеет задача.
20.	В треугольнике две стороны равны 5 см и 16 см, а угол между ними – 120° . Найдите третью сторону треугольника.

21.	Угол параллелограмма равен 45^0 , а стороны - $7\sqrt{2}$ см и 17 см. Найдите площадь параллелограмма и его большую диагональ.
22.	Решите треугольник ABC, если $BC = 10\sqrt{3}$ см, $AB=20$ см, $\angle A = 30^0$.

3. Скалярное произведение векторов

1.	Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $ \vec{a} = 2$, $ \vec{b} = 3$, а угол между ними равен: а) 45^0 ; б) 90^0 ; в) 135^0 .
2.	Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если: а) $\vec{a}\left\{\frac{1}{4}; -1\right\}$ $\vec{b}\{2; 3\}$ б) $\vec{a}\{-5; 6\}$ $\vec{b}\{6; 5\}$
3.	Найдите косинусы углов треугольника с вершинами A(2; 8), B(-1; 5), C(3; 1).
4.	Угол между векторами $\vec{a} = \{-3; 4\}$ и $\vec{b} = \{1; y\}$ равен 60^0 . Найдите y.
5.	Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}\{-\sqrt{7}; 1\}$, $ \vec{b} = 3$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^0$;
6.	Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = \vec{c} - \vec{d}$, $\vec{b} = \vec{c} + 2\vec{d}$, $ \vec{c} = \vec{d} = 1$, $\angle(\vec{c}, \vec{d}) = 90^0$