9.1, 9.2, 9.3.1 классы (тех, ен, сэ)

Учебник: Геометрия (Атанасян Л.С.)

2021-2022 гг.

Тема модуля: «Длина окружности и площадь круга. Движения.»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

<u>Длина окружности и площадь круга (Гл.12 §§1-2)</u>

1. Понятие правильного многоугольника.
2. Теоремы об окружностях вписанных в правильный многоугольник.
3. Теоремы об окружностях описанных окло правильного многоугольника.
4. Формулы, связывающие площадь правильного многоугольника, его сторону и радиусы вписанной в него и описанной около него окружностей.
5. Формула длины окружности и длины дуги окружности.
6. Формулы площади круга и кругового сектора.

<u>Движения (Гл.13 §§1-2)</u>

1. Понятие отображения плоскости на себя.
2. Понитие движения.
3. Теоремы и следствия из них представляющие собой свойства движений.
4. Виды движений: центральная симметрия, осевая симметрия, поворот, параллельный перенос.

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

1. вычислять значения геометрических величин: длин отрезков (в том числе, сторон правильных многоугольников и радиусов окружностей, вписанных в эти многоугольники и описанных около них); длин окружностей и дуг; площадей правильных многоугольников, кругов и круговых секторов; углов;
2. решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и соотношений между ними, применяя дополнительные построения , алгебраический аппарат, а также идеи движения: симметрии, поворота, параллельного переноса;
3. проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования.

Умения, характеризующие достижение этого результата:

1. распознавать правильный многоугольник;
2. применять формулу для вычисления углов правильного n-угольника, как внутренних так и внешних и определять количество сторон правильного многоугольника в зависимости от величины его внутреннего угла;

3. находить сторону правильного многоугольника, вписанного в окружность, используя соотношения между стороной многоугольника и радиусом данной окружности;
4. находить площадь правильного многоугольника, используя радиус вписанной в него окружности;
5. находить радиус вписанной в правильный многоугольник окружности; знать и использовать связь радиусов вписанной в правильный многоугольник окружности и окружности описанной около него;
6. находить длины окружностей, в том числе описанных около треугольников и правильных многоугольников;
7. находить длину дуги окружности и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач;
8. находить площадь круга и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач;
9. находить площадь кругового сектора и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач;
10. понимать понятие движения;
11. оперировать понятием осевой симметрии и использовать его при решении несложных задач;
12. оперировать понятием центральной симметрии и использовать его при решении несложных задач;
13. оперировать понятием параллельного переноса и использовать его при решении несложных задач;
14. оперировать понятием поворота и использовать его при решении несложных задач.

Примерные практические задания.

1. **<u>Распознавать правильный многоугольник.</u>**

1.1.

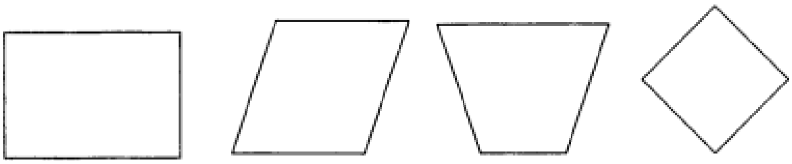
Четырехугольник является правильным, если:
а) все его углы равны между собой;
б) все его стороны равны между собой;
в) все его углы равны между собой и все его стороны равны между собой.

1.2.

Если в четырехугольнике все стороны равны, то он:
а) всегда является правильным;
б) может быть правильным;
в) никогда не является правильным.

1.3.

Правильный многоугольник изображен на рисунке под буквой



а) б) в) г)

2. <u>Применять формулу для вычисления углов правильного n-угольника, как внутренних так и внешних и определять количество сторон правильного многоугольника в зависимости от величины его внутреннего угла.</u>

2.1.

Формула, по которой находится внутренний угол правильного многоугольника, находится под буквой:

а) $\alpha_n = \dfrac{n-4}{n} \cdot 180^\circ$,

б) $\alpha_n = \dfrac{n-2}{n} \cdot 360^\circ$,

в) $\alpha_n = \dfrac{n}{n-2} \cdot 180^\circ$,

г) $\alpha_n = \dfrac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$.

2.2.

Каждый угол правильного десятиугольника равен:

а) 140°; б) 135°; в) 144°.

2.3.

Найдите углы правильного n-угольника, если: а) n=3; б) n=6; в) n=10; г) n=18

2.4.

Внешний угол правильного двенадцатиугольника равен:

а) 36°; б) 30°; в) 45°.

2.5.

Внутренний угол правильного многоугольника равен 108°. Тогда число сторон данного многоугольника будет равно:

а) 6,

б) 7,

в) 5,

г) 4.

2.6. ABCDE… - правильный восемнадцатиугольник с центром О. Найдите угол ВОЕ.

2.7.

Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый его угол равен:

а) 60^0; б) 90^0; в) 135^0.

2.8.

Число сторон правильного многоугольника, у которого внутренний угол в 5 раз больше внешнего, равно

1) 10 2) 11 3) 12 4) 13

2.9.

Около правильного многоугольника описана окружность, радиус которой 12 см. Сторона многоугольника удалена от его центра на 6 см.

Число сторон этого многоугольника равно ______.

3. <u>Находить сторону правильного многоугольника, вписанного в окружность, используя соотношения между стороной многоугольника и радиусом данной окружности.</u>

3.1.

Сторона правильного треугольника, вписанного в окружность с радиусом R, равна:

а) $R\sqrt{2}$; б) $R\sqrt{3}$; в) R.

3.2.

Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $15\sqrt{3}$.

3.3.

Верное соотношение между радиусом описанной около правильного шестиугольника окружности и стороной данного шестиугольника будет:

а) $R = a$,

б) $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$,

в) $R = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$,

г) $R = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

3.4. Найдите строну правильного многоугольника, если радиус окружности, описанной около него, равен 8, а радиус вписанной окружности равен $4\sqrt{3}$.

3.5.

В окружность радиусом $2\sqrt{3}$ см вписан правильный треугольник. Периметр этого треугольника равен

1) $6\sqrt{3}$ см 2) 6 см 3) $18\sqrt{3}$ см 4) 18 см

3.6. Около окружности описаны квадрат и правильный шестиугольник. Найдите периметр квадрата, если периметр шестиугольника равен 48 см.

3.7. Правильный шестиугольник вписан в окружность. Его периметр равен $12\sqrt{3}$. Найдите сторону правильного треугольника, вписанного в ту же окружность.

3.8. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 40. Найдите высоту этого треугольника.

3.9. Точка О – центр правильного десятиугольника, АВ-его сторона, М-точка касания этой стороны с вписанной окружностью. Найдите угол АОМ.

4. Находить площадь правильного многоугольника, используя радиус вписанной в него окружности.

4.1. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.

4.2.

Радиус вписанной в правильный шестиугольник окружности равен 4 см. Тогда площадь данного шестиугольника будет равна ____________________

4.3.

Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 1. Найдите площадь треугольника.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	4	6	Нельзя определить

5. Находить радиус вписанной в правильный многоугольник окружности; знать и использовать связь радиусов вписанной в правильный многоугольник окружности и окружности описанной около него;

5.1.

Формула, по которой можно найти радиус вписанной в правильный многоугольник окружности, имеет вид:

а) $r = R\sin\dfrac{180^\circ}{n}$,   в) $r = R\cos\dfrac{180^\circ}{n}$,

б) $r = 2R\sin\dfrac{180^\circ}{n}$,   г) $r = R\cos\dfrac{360^\circ}{n}$.

5.2. Сторона правильного треугольника равна $36\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

5.3.

Отношение радиуса вписанной к радиусу описанной около квадрата окружности равно:

а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 2; в) $\sqrt{2}$.

5.4.

Отношение радиуса описанной к радиусу вписанной в правильный шестиугольник окружности равно:

а) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Находить длины окружностей, в том числе описанных около треугольников и правильных многоугольников.

6.1. Вычислите с точностью до целых длину окружности радиуса 4,0.

6.2. Найдите радиус окружности, если длина окружности равна 16π.

6.3.

Длина окружности больше диаметра в …

а) 2π раз; б) π раз; в) 2 раза.

6.4.

В окружность длиной 8π см вписан правильный четырехугольник. Тогда диагональ данного четырехугольника будет равна:

а) 8 см,

б) 4 см,

в) 16 см,

г) $4\sqrt{2}$ см.

6.5.

Если радиус окружности уменьшить на 3 см, то длина окружности:

а) увеличится в 3 раза,

б) уменьшится в 3 раза,

в) уменьшится на 6π см,

г) уменьшится на 3π см.

6.6.

Если длину окружности уменьшить в 8 раз, то диаметр окружности:

а) уменьшится в 4 раза,

б) уменьшится в 8 раз,

в) увеличится в 8 раз,

г) не изменится.

6.7.

Если длину окружности уменьшить в 8 раз, то диаметр окружности:

а) уменьшится в 4 раза,

б) уменьшится в 8 раз,

в) увеличится в 8 раз,

г) не изменится.

6.8. Как изменится длина окружности, если радиус окружности:

а) увеличить в три раза;

б) уменьшить в два раза;

в) увеличить в k раз;

г) уменьшить в kраз.

6.9.

Если радиус окружности увеличить на 2 см, то длина окружности:

а) увеличится в 2 раза,

б) уменьшится в 2 раза,

в) увеличится на 4π см,

г) увеличится на 2π см.

6.10. Как изменится радиус окружности, если длину окружности:

а) увеличить в kраз;

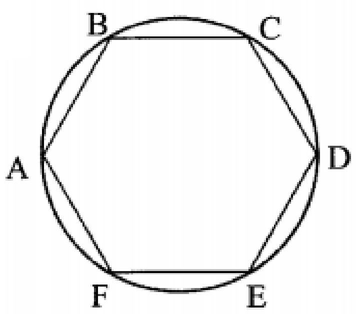
б) уменьшить в k раз.

6.11. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 9. Найдите длину окружности, описанной около этого треугольника.

6.12.

Найдите длину окружности, описанной около правильного треугольника со стороной $\sqrt{3}$.

6.13.



Длина окружности, описанной около правильного шестиугольника ABCDEF, равна 12π см (см. рис.).
Площадь четырехугольника ABCD равна

1) 54 см^2 2) $54\sqrt{3}$ см^2 3) 27 см^2 4) $27\sqrt{3}$ см^2

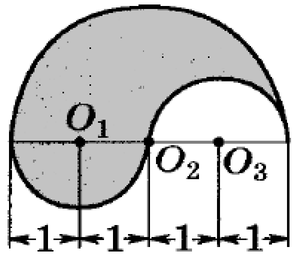
6.14.

Длины двух концентрических окружностей отличаются на 4π м. Найдите ширину образованного ими кольца.

6.15.

Найдите длину границы закрашенной фигуры, используя данные рисунка.

1. 6π. 2. 2π. 3. 4π. 4. 3π.



7. <u>Находить длину дуги окружности и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач.</u>

7.1.

Длина дуги окружности вычисляется по формуле:

а) $l = \dfrac{\pi R\alpha}{180}$; б) $l = \dfrac{\pi R\alpha}{360}$; в) $l = \dfrac{\pi R^2\alpha}{180}$.

7.2.

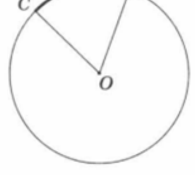
.Длина дуги окружности с радиусом 12 см и градусной мерой 100° равна:

а) $\dfrac{20\pi}{3}$ см; б) $\dfrac{10\pi}{3}$ см; в) $\dfrac{\pi}{15}$ см.

7.3. Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если ее градусная мера равна: а) 30^0; б) 60^0; в) 90^0

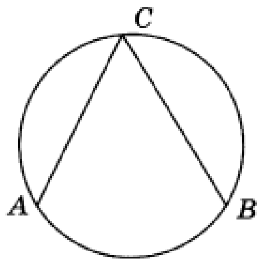
7.4.

Найдите радиус окружности, если длина дуги BC, выделенной на рисунке, равна 4π, а центральный угол BOC равен 40°.



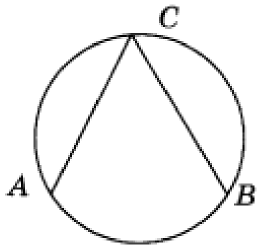
7.5.

На рисунке длина дуги AB равна 4π см, а $\angle ACB = 60°$.
Тогда радиус окружности равен ____________________



7.6.

На рисунке радиус окружности равен 6 см, а $\angle ACB = 60°$. Тогда длина дуги AB будет равна ________________



7.7.

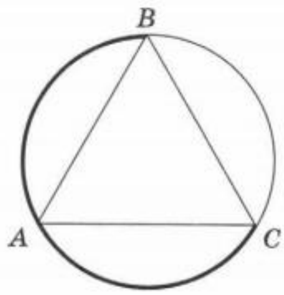
Длина дуги окружности радиуса $2\sqrt{3}$ см равна $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$ см.

Длина хорды, стягивающей данную дугу, равна

1) 3 см 2) 4 см 3) 5 см 4) 6 см

7.8.

Правильный треугольник ABC вписан в окружность. Найдите длину дуги BAC, если длина окружности равна 18.



7.9.

Хорда окружности имеет длину $10\sqrt{2}$ см и стягиваст дугу в 90°. Длина дуги равна

1) 5π см 2) 10π см 3) 15 см 4) 20 см

8. Находить площадь круга и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач.

8.1.

Радиус круга равен 4 см. Тогда площадь этого круга равна:

а) 4π см^2,
б) 8π см^2,
в) 16π см^2,
г) 64π см^2.

8.2.

Найдите площадь круга, если длина соответствующей окружности равна 8.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\frac{16}{\pi}$	16	64π	16π	$\frac{4}{\pi}$

8.3.

Если площадь круга увеличить в 9 раз, то радиус круга увеличится:

а) в 9 раз,
б) в 3 раза,
в) в 18 раз,
г) в 81 раз.

8.4. Как изменится площадь круга, если его радиус:

а) увеличить в kраз;

б) уменьшить в k раз.

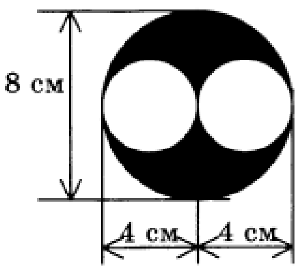
8.5.

Если диаметр круга уменьшить в 4 раза, то площадь круга:

а) уменьшится в 4 раза,
б) уменьшится в 16 раз,
в) увеличится в 4 раза,
г) уменьшится в 8 раз.

8.6.

Площадь фигуры, заштрихованной на рисунке, будет равна ________________________________



8.7.

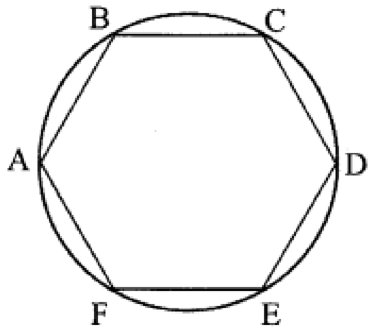
Найдите площадь круга, вписанного в квадрат площади 20.

8.8 . Длина окружности цирковой арены равна 41 м. Найдите диаметр и площадь арены.

8.9.

Найдите длину окружности, если площадь соответствующего ей круга равна $16/\pi$.

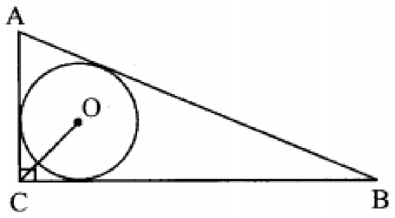
8.10.



Площадь круга, описанного около правильного шестиугольника ABCDEF, равна 36π см^2 (см. рис.).
Площадь треугольника ABD равна

1) $36\sqrt{3}$ см^2 2) $18\sqrt{3}$ см^2 3) 36 см^2 4) 18 см^2

8.11.

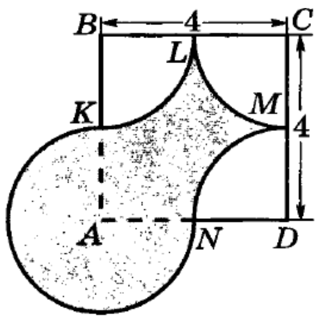


В прямоугольный треугольник ABC, где $\angle C = 90°$, вписан круг с центром O (см. рис.).
Если $CO = 8\sqrt{2}$ см, то площадь круга равна

1) 8π см^2 2) 64π см^2 3) 128π см^2 4) 16π см^2

8.12.

По данным рисунка найдите площадь закрашенной фигуры (KL, LM, MN и KN — дуги окружностей с центрами в вершинах B, C, D и A квадрата $ABCD$).



9. <u>Находить площадь кругового сектора и применять соответствующую формулу при решении комплексных задач.</u>

9.1.

Площадь кругового сектора вычисляется по формуле:

а) $S = \dfrac{\pi R^2\alpha}{180}$; б) $S = \dfrac{\pi R\alpha}{180}$; в) $S = \dfrac{\pi R^2\alpha}{360}$.

9.2.

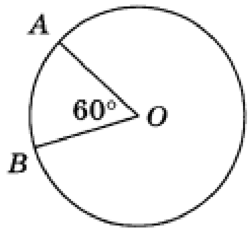
Из круга, радиус которого равен 30 см, вырезан сектор. Дуга сектора равна 60°. Чему равна площадь оставшейся части круга?

а) 150π см^2; б) 750π см^2; в) 900π см^2.

9.3. Из круга, радиус которого 10 см, вырезан сектор с дугой в 60^0. Найдите площадь оставшейся части круга.

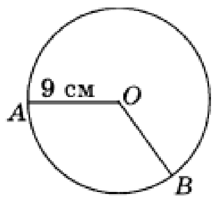
9.4.

На рисунке площадь кругового сектора AOB равна 6π см^2. $\angle AOB = 60°$. Тогда радиус круга будет равен ___________



9.5.

На рисунке центральный угол AOB равен 120°. Тогда площадь кругового сектора будет равна ______________



9.6.

Площадь кругового сектора радиуса 6 см равна 9π см^2. Тогда длина хорды, стягивающей дугу этого сектора, будет равна ______________________________

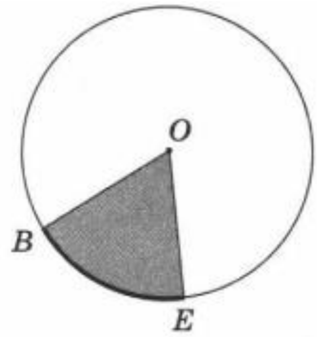
9.7.

Площадь кругового сектора радиуса 6 см равна 9π см^2. Длина дуги этого сектора равна

1) 5π см 2) 4π см 3) 3π см 4) 2π см

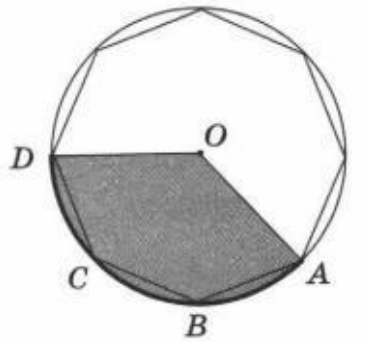
9.8.

Найдите радиус окружности, если площадь сектора OBE, выделенного на рисунке, равна 4π, а центральный угол BOE равен 40°.



9.9.

Правильный восьмиугольник $ABCD$... вписан в круг с центром O и радиусом 4. Найдите площадь сектора OAD, выделенного на рисунке.



10. <u>Понимать понятие движения.</u>

10.1.

При некотором движении g точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Известно, что $AB = 10$. Найдите A_1B_1.

Варианты ответов

1	2	3
10	20	Невозможно определить

10.2.

При некотором отображении f координатной плоскости произвольная точка $A(x; y)$ отображается на точку $A_1(x-1; 2y)$. Найдите координаты точки, в которую при этом отображении переходит точка $V(3; -6)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(12; –3)	(4; –6)	(2; –12)	(–2; 12)	Невозможно определить

10.3.

Прямые a и b пересекаются под углом α. При некотором движении a переходит в a_1, b переходит в b_1.

Угол между прямыми a_1 и b_1 равен

1) 0° 2) 180° 3) α 4) α + 180°

11. <u>Оперировать понятием осевой симметрии и использовать его при решении несложных задач.</u>

11.1.

Дана осевая симметрия с осью s и точки A и B, не лежащие на оси симметрии. Известно, что при симметрии относительно s точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Прямые AB_1 и A_1B пересекаются.
б) Прямые AA_1 и BB_1 параллельны.
в) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.
г) Отрезки AB и A_1B_1 равны.
д) Прямые AB_1 и A_1B не пересекаются.

11.2.

При осевой симметрии относительно прямой f точка $A\ (8;\ -7)$ перешла в точку $A_1(2;\ 11)$. Найдите координаты точки пересечения прямых AA_1 и f.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$(3;\ 4)$	$(5;\ 2)$	$(3;\ -9)$	$(2;\ -4)$	$(5;\ -4)$

11.3.

У ромба осей симметрии

1) 1 2) 2 3) нет 4) 4

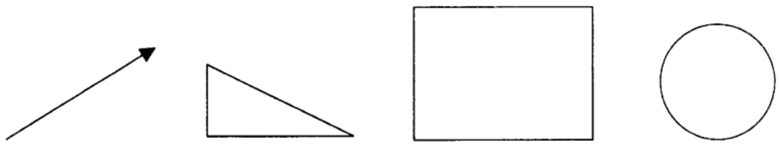
11.4.

Треугольник имеет три оси симметрии. Определите вид треугольника.

1. Разносторонний;
2. равносторонний;
3. равнобедренный;
4. такой треугольник не существует.

11.5.

Не имеет оси симметрии фигура, изображенная на рисунке под буквой:



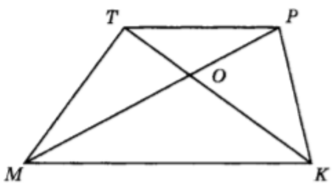
а) б) в) г)

11.6.

Дан прямоугольный равнобедренный треугольник ABC. При симметрии данного треугольника относительно прямой, содержащей его гипотенузу AB, вершина C треугольника перешла в точку C_1. Найдите длину отрезка CC_1, если катет треугольника равен 12 см.

11.7.

Постройте фигуру, симметричную трапеции $MKPT$ относительно прямой MK.



12. <u>Оперировать понятием центральной симметрии и использовать его при решении несложных задач.</u>

12.1.

Центр симметрии имеет

1) правильный треугольник
2) параллелограмм
3) равнобедренная трапеция
4) правильный семиугольник

12.2.

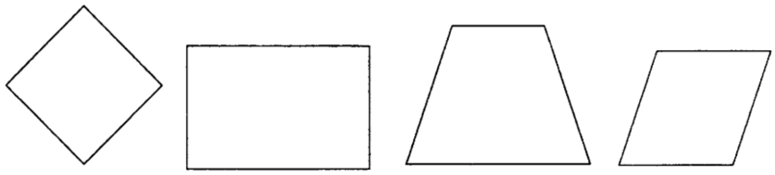
На координатной плоскости задана центральная симметрия с центром в начале — точке O и точка $A(2; 3)$, которая перешла в точку A_1. Найдите координаты точки A_1.

Варианты ответов

1	2	3	4
$x = -3$; $y = 2$	$x = 3$; $y = -2$	$x = -3$; $y = -2$	$x = -2$; $y = -3$

12.3.

Не обладает центром симметрии четырехугольник, изображенный на рисунке под буквой:



а) б) в) г)

12.4.

При центральной симметрии, прямая, не проходящая через центр симметрии, будет отображаться на:

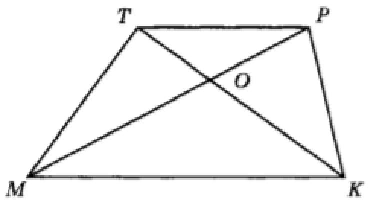
а) параллельную ей прямую,
б) перпендикулярную ей прямую,
в) себя,
г) отрезок.

12.5.

Точка A имеет координаты: $x = 3$; $y = -4$. Тогда точка B, симметричная точке A относительно начала координат, будет иметь координаты ___________________________

12.6.

Точка O — точка пересечения диагоналей трапеции $MKPT$. Постройте фигуру, симметричную трапеции $MKPT$ относительно точки O.



13. <u>Оперировать понятием параллельного переноса и использовать его при решении несложных задач.</u>

13.1.

При параллельном переносе точка B переходит в точку P, точка D — в точку M. Укажите верные равенства.

1) $\angle BDM = \angle DMP$
2) $BD = PM$
3) $BM = DP$
4) $BP = DM$

13.2.

При параллельном переносе на вектор $\vec{q}$ точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Векторы $\vec{q}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

б) Фигура ABB_1A_1 — параллелограмм.

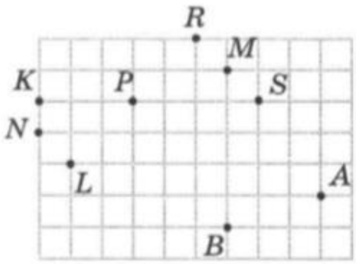
в) Векторы $\vec{q}$ и $\overrightarrow{BB_1}$ равны.

г) Прямые AB и A_1B_1 параллельны.

д) Прямые AB_1 и A_1B пересекаются или совпадают.

13.3.

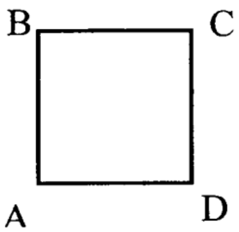
При параллельном переносе точка A переходит в точку B. В какую из точек, изображенных на рисунке, перейдет при этом параллельном переносе точка P?



13.4.

При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AB}$ {3; 4} точка $P(-2; 5)$ переходит в точку T. Укажите ординату точки T.

13.5.



При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AD}$ сторона AB квадрата ABCD переходит в ________.

14. <u>Оперировать понятием поворота и использовать его при решении несложных задач.</u>

14.1.

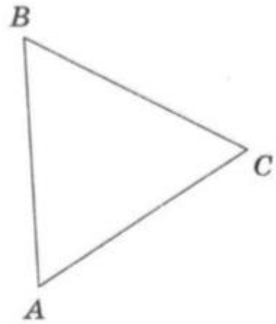
При повороте около точки O на угол α точка K переходит в точку N, а точка P — в точку T. Укажите верные равенства.

1) $\angle POT = \angle KON$
2) $\angle TOK = \angle PON$
3) $PT = KN$
4) $OP = OT$

14.2.

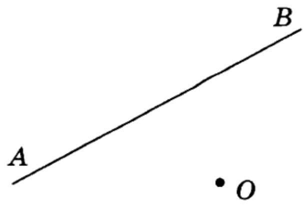
Изображенный на рисунке равносторонний треугольник повернули около вершины B на 60° против часовой стрелки. Укажите, какие утверждения при этом повороте верны.

1) вершина C переходит в вершину A
2) вершина A переходит в вершину C
3) вершина B переходит в вершину A
4) вершина B переходит в вершину C



14.3.

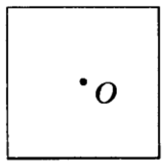
При повороте вокруг точки O на $60°$ против часовой стрелки точка A перешла в точку A_1, а точка B в точку B_1. $\angle AOB = 120°$. Тогда $\angle AOB_1$ будет равен (см. рисунок)



14.4.

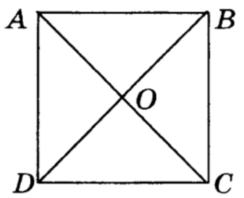
Квадрат, изображенный на рисунке, перейдет сам в себя при повороте вокруг точки пересечения диагоналей O на угол:

а) $60°$,
б) $90°$,
в) $120°$,
г) $150°$.



14.5.

$ABCD$ — квадрат. При повороте вокруг точки O против часовой стрелки на $90°$ отрезок CB перейдет в отрезок



14.6.

Наименьшим углом, при котором правильный треугольник при повороте вокруг своего центра перейдет в себя, будет угол

14.7.

В равностороннем треугольнике ABC точка O — точка пересечения высот треугольника. Определите, в какую фигуру перейдет при повороте вокруг точки O на угол $120°$ против часовой стрелки отрезок A_1B.