

**9.1 класс (тех)**  
**2021-2022 уч.год**

**Банк заданий по математике для подготовки к тестированию**  
**(учебники: Геометрия-Атанасян Л.С.; Алгебра-Никольский С.М.)**

**Тема модуля № 4**

**«Основные тригонометрические формулы. Соотношения между углами и сторонами треугольника. Скалярное произведение векторов»**

***Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:***

1. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла,
2. Тригонометрические тождества.
3. Формулы приведения.
4. Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
5. Формулы двойного угла.
6. Теорема о площади треугольника.
7. Теоремы синусов и косинусов. Решение треугольников.
8. Скалярное произведение векторов.

***В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:***

1. Оперировать понятиями синус, косинус, тангенс и котангенс угла,
2. Применять тригонометрические тождества.
3. Использовать формулы приведения, синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов для нахождения значения тригонометрических функций не табличных углов.
4. Использовать теоремы синусов и косинусов для решения треугольников.
5. Применять скалярное произведение при решении задач

***Умения, характеризующие достижения этого результата:***

1. Выполнять необходимые вычисления используя основные тригонометрические формулы.
2. Решать треугольник, используя соотношения между сторонами и углами треугольника.
3. Вычислять скалярное произведение векторов

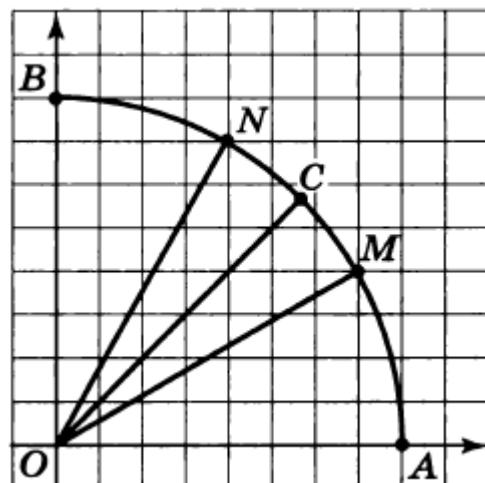
***1. Основные тригонометрические формулы.***

1.	Найдите радианную меру угла, равного: а) $180^0$ ; б) $90^0$ ; в) $30^0$ .
2.	Найдите градусную меру угла, равного: а) $\pi$ рад; б) $\frac{\pi}{4}$ рад; в) $\frac{2\pi}{3}$ .

3. Точка  $C$  делит дугу  $AB$  единичной окружности на две равные части, а точки  $M$  и  $N$  делят дугу  $AB$  на три равные части (см. рисунок).

Определите:

- градусную меру угла  $AOC$ ;
- радианную меру угла  $AON$ .



4.

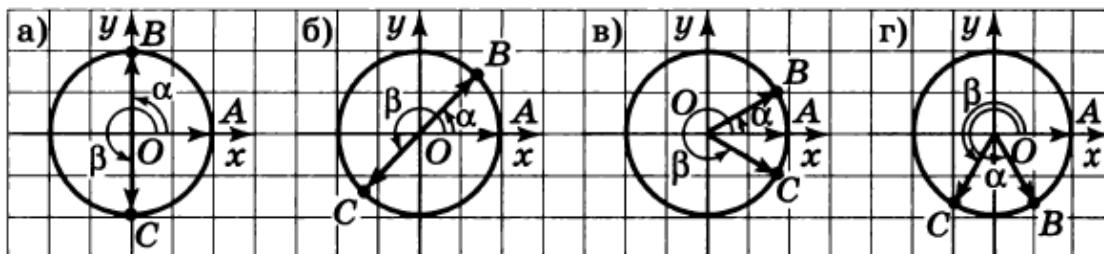


Рис.1

1. Определите координаты точек  $B$  и  $C$  и градусную меру углов  $\alpha$  и  $\beta$ , если точки  $B$  и  $C$ , соответствующие углам  $\alpha$  и  $\beta$ , лежат на пересечении:

- оси  $Oy$  с единичной окружностью (Рис.1, а) ;
- биссектрис И и III координатных углов с единичной окружностью (Рис.1, б) .

2. Определите координаты точек  $B$  и  $C$  и радианную меру углов  $\alpha$  и  $\beta$ , если точки  $B$  и  $C$ , соответствующие углам  $\alpha$  и  $\beta$ , лежат на пересечении:

- прямых  $y = \frac{1}{2}$  и  $y = -\frac{1}{2}$  с единичной окружностью (Рис.1, в) ;
- прямых  $x = \frac{1}{2}$  и  $x = -\frac{1}{2}$  с единичной окружностью (Рис.1, г) .

5.

- На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\varphi$  ( Рис.2 ). Определите синус и косинус каждого из этих углов.

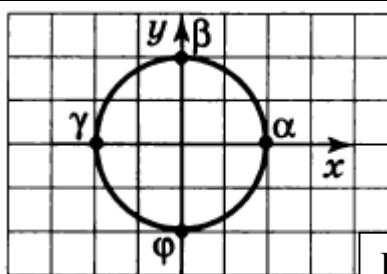


Рис.2

6.

На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\phi$  ( Рис.3 ). Определите синус и косинус каждого из этих углов.

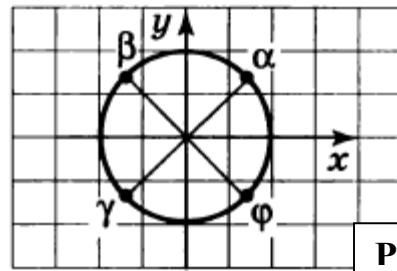


Рис.3

7.

Изобразите на единичной окружности точки, соответствующие таким углам  $\alpha$ , для каждого из которых справедливо равенство:

- а)  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ;      б)  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  
 в)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      г)  $\cos \alpha = -1$ .

8.

Найдите значение выражения  $\cos \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$ .

9.

Вычислите синусы, косинусы и тангенсы углов  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ .

10.

В какой четверти расположен угол  $\alpha$ , если  $\sin \alpha > 0$ ,  $\operatorname{tg} \alpha < 0$ ?

11.

Найдите наименьшее значение выражения  $3\sin \alpha + 2$ .

12.

Какое из указанных выражений не имеет смысла?

- 1)  $\sin \frac{\pi}{2}$       2)  $\operatorname{ctg} \pi$       3)  $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2}$       4)  $\operatorname{tg} \pi$

13.

Из приведённых чисел выберите наибольшее.

- 1)  $\cos 1$       2)  $\cos 2$       3)  $\cos 3$       4)  $\cos 4$

14.

Известно, что  $a = \cos 270^\circ$  и  $b = \sin 180^\circ$ . В каком из вариантов ответа дана верная информация о значениях  $a$  и  $b$ ?

- 1)  $a = 0$ ,  $b = 1$   
 2)  $a = 0$ ,  $b = 0$   
 3)  $a = -1$ ,  $b = 1$   
 4)  $a = 1$ ,  $b = -1$

15.

Каковы координаты точки  $M$ , полученной при повороте точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}$

16.

Найдите значение выражения  $\cos \frac{\pi}{3} : \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$

17.

Углом какой четверти является угол  $\alpha$ , если  $\cos \alpha > 0$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha < 0$ ?

18.	<p>Какое из данных чисел отрицательное?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\operatorname{tg}(-2)</math></li> <li>2) <math>\sin 3</math></li> <li>3) <math>\cos(-5)</math></li> <li>4) <math>\operatorname{ctg}2</math></li> </ol>
19.	<p>Каковы знаки тригонометрических функций в координатных четвертях:</p> <p>а) <math>\sin 275^0</math>; б) <math>\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}</math></p>
20.	<p>Найдите <math>\operatorname{tg}\alpha</math>, если: а) <math>\cos\alpha=1</math>; б) <math>\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>
21.	<p>Найдите <math>\sin\alpha</math>, если: а) <math>\cos\alpha=-\frac{1}{2}</math>; б) <math>\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}</math>.</p>
22.	
23.	<p>Вычислите <math>\sin\alpha</math>, если <math>\cos\alpha=-\frac{7}{25}</math>, <math>\frac{\pi}{2} &lt; \alpha &lt; \pi</math></p>
24.	<p>Вычислите <math>\operatorname{tg}\alpha</math>, если <math>\cos\alpha=0,6</math> и <math>0 &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math></p>
25.	<p>Вычислите:</p> <p>а) <math>\cos 75^0</math></p> <p>б) <math>\sin 74^0 \cos 16^0 + \cos 74^0 \sin 16^0</math></p> <p>в) <math>\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)</math>, если <math>\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}</math> и <math>\frac{3\pi}{2} &lt; \alpha &lt; 2\pi</math></p>
26.	<p>Упростите выражение:</p> <p>а) <math>\frac{1-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}</math></p> <p>б) <math>\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha</math></p> <p>в) <math>\sin \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}</math></p>
27.	<p>Пользуясь формулами приведения замените данные выражения тригонометрическими функциями угла <math>\alpha</math>:</p> <p>а) <math>\sin(180^0 - \alpha)</math>    б) <math>\cos(90^0 - \alpha)</math></p>
28.	<p><b>Найдите значение выражения <math>\operatorname{tg}(\pi - \alpha) - \operatorname{tg}(\pi + \alpha)</math>, если <math>\alpha = -\frac{\pi}{4}</math>.</b></p>
29.	<p>Вычислите:</p> <p>а) <math>\cos 17\pi</math></p> <p>б) <math>\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)</math></p>
30.	<p>Найдите значения выражения:</p> <p>а) <math>\sin(-30^0) + \cos(-60^0)</math></p> <p>б) <math>\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)</math></p>



38.	Сравните числа: что больше: $-\frac{\pi}{2}$ и $-2$
39.	Найдите наименьшее значение выражения $3\sin \alpha - 2$ .
40.	Найдите значение выражения: $2\sqrt{6} \cdot \cos \frac{25\pi}{4} \cdot \sin \frac{8\pi}{3}$
41.	Упростите выражение: a) $\tg \alpha \cdot \ctg \alpha - \sin^2 \alpha$ ;      б) $\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1\right) \cdot \ctg^2 \alpha$ .
42.	Упростите выражение $\tg\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \tg(\pi + \alpha) - \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$
43.	Найдите значение выражения: a) $\frac{\cos 2^\circ \cos 28^\circ - \sin 28^\circ \sin 2^\circ}{\cos 47^\circ \cos 2^\circ + \sin 47^\circ \sin 2^\circ}$ $\frac{\sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8}}$ б)

## 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

1.	В треугольнике ABC угол С прямой, BC = 8, sinA = 0,4. Найдите AB.
2.	В треугольнике ABC угол С прямой, AC = 9, cosA = 0,3. Найдите AB.
3.	В треугольнике ABC угол С равен $90^\circ$ , AC = 20, tgA = 0,5. Найдите BC.
4.	В треугольнике ABC угол С равен $90^\circ$ , $\sin A = \frac{4}{5}$ , AC = 9. Найдите AB.
5.	В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $20\sqrt{3}$ , а сторона AB равна 40. Найдите cos B.
6.	Площадь прямоугольного треугольника равна $722\sqrt{3}$ . Один из острых углов равен $30^\circ$ . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.

7.	В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{3}$ , а угол между ними равен $60^\circ$ . Найдите площадь треугольника.
8.	Углы В и С треугольника ABC равны соответственно $65^\circ$ и $85^\circ$ . Найдите BC, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 14.
9.	Площадь треугольника ABC равна $60 \text{ см}^2$ . Найдите сторону AB, если $AC = 15 \text{ см}$ , $\angle A = 30^\circ$ .
10.	С помощью теорем синусов и косинусов решите треугольник ABC, если: $b=32$ , $c=45$ , $\angle A = 87^\circ$ .
11.	В треугольнике ABC $AC=12 \text{ см}$ , $\angle A = 75^\circ$ , $\angle C = 60^\circ$ . Найдите AB и $S_{\Delta ABC}$ .
12.	В треугольнике ABC $\angle A = 45^\circ$ , $\angle C = 15^\circ$ , $BC = 4\sqrt{6}$ . Найдите AC.
13.	В равнобедренном треугольнике ABC ( $AB=BC$ ), $\angle A = \alpha$ , $AC=b$ , AE-биссектриса. Найдите AE.
14.	Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в $120^\circ$ , если две другие стороны равны 6 см и 10 см.
15.	В треугольнике ABC $b=0,3$ , $\angle A = 32^\circ$ , $\angle B = 70^\circ$ . Найдите неизвестные элементы треугольника.
16.	В треугольнике ABC $a = 28$ , $b = 35$ , $c = 42$ . Найдите угол, лежащий против меньшей стороны.
17.	В треугольнике ABC $AB = 6\sqrt{3} \text{ см}$ , $AC=8 \text{ см}$ , $\angle A = 60^\circ$ . Найдите площадь этого треугольника.
18.	Две стороны треугольника равны 7 и $\sqrt{98}$ см, а угол, противолежащий большей из них, равен $45^\circ$ . Найдите другие углы этого треугольника.
19.	Сторона треугольника равна 18 см, а радиус описанной окружности - $6\sqrt{3}$ см. Найдите угол, противолежащий данной стороне. Сколько решений имеет задача.
20.	В треугольнике две стороны равны 5 см и 16 см, а угол между ними – $120^\circ$ . Найдите третью сторону треугольника.

21.	Угол параллелограмма равен $45^0$ , а стороны - $7\sqrt{2}$ см и 17 см. Найдите площадь параллелограмма и его большую диагональ.
22.	Решите треугольник ABC, если $BC = 10\sqrt{3}$ см, $AB = 20$ см, $\angle A = 30^0$ .

### 3. Скалярное произведение векторов

1.	Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , если $ \vec{a}  = 2$ , $ \vec{b}  = 3$ , а угол между ними равен: а) $45^0$ ; б) $90^0$ ; в) $135^0$ .
2.	Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , если:  а) $\vec{a}\left\{\frac{1}{4}; -1\right\}$ б) $\vec{a}\{-5; 6\}$ $\vec{b}\{2; 3\}$ $\vec{b}\{6; 5\}$
3.	Найдите косинусы углов треугольника с вершинами A(2; 8), B(-1; 5), C(3; 1).
4.	Угол между векторами $\vec{a} = \{-3; 4\}$ и $\vec{b} = \{1; y\}$ равен $60^0$ . Найдите y.
5.	Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , если $\vec{a}\{-\sqrt{7}; 1\},  \vec{b}  = 3, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^0;$
6.	Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , если $\vec{a} = \vec{c} - \vec{d}, \vec{b} = \vec{c} + 2\vec{d},  \vec{c}  =  \vec{d}  = 1, \angle(\vec{c}, \vec{d}) = 90^0$