

8.3.2, 8.4, 8.5 классы (ен, сз)

2021-2022 уч.год

Примерный банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(АЛГЕБРА: учебник Никольский С.М.)

Тема модуля № 6

«Рациональные уравнения. Системы рациональных уравнений»

Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:

Глава 2: §5 (пп 5.1. – 5.8), Глава 4: §9 (пп. 9.1 – 9.3)

Рациональные уравнения

Понятие рационального уравнения.

Равносильные уравнения. Уравнение - следствие.

Биквадратное уравнение.

Распадающееся уравнение.

Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая равна нулю.

Решение задач при помощи рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).

Решение рационального уравнения при помощи замены неизвестного.

Системы рациональных уравнений

Решение систем рациональных уравнений способом подстановки.

Решение систем рациональных уравнений другими способами.

Решение задач при помощи систем рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

- 1) определять рациональные уравнения, биквадратные уравнения, распадающиеся уравнения, уравнения-следствия, равносильные уравнения;
- 2) решать основные виды рациональных уравнений (биквадратные уравнения, распадающиеся, уравнения, одна часть которых алгебраическая дробь, а другая - нуль) разными способами и производить отбор корней уравнения;
- 3) понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций.
- 4) овладеть специальными приёмами решения уравнений и систем уравнений;
- 5) уверенно применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики.
- 6) решать системы уравнений с двумя переменными.
- 7) овладеть специальными приёмами решения систем уравнений.

Примерные практические задания

Тема	Задания			
Понятие рационального уравнения.	1. Является ли рациональным уравнение:			
	а)	$\frac{x+5}{4x} = \frac{x-9}{6}.$	д)	$x^2 + 6x + 8 = 0$

**Уравнения —
следствия***

Параграф 5.
п.5.1 стр. 95-95
п. 5.8 стр 114

б)	$\sqrt{2x+1}=3$	е)	$\frac{x+5}{4}=\frac{x-9}{6}$
в)	$\frac{2x+3}{5}=5x$	ж)	$x-\sqrt{x}-2=0$
г)	$\frac{x+5}{4}=\frac{x-9}{6}$	з)	$\frac{x^2+6x+8}{x+2}=0;$

2.

Выберите уравнение, корнем которого является число -1 .

- 1) $\frac{3x+x^2}{x}=x+2$ 2) $x^3+2=x^2$
 3) $\frac{3+x}{x^2+1}=-1$ 4) $x^3-2=x^2$

3.

Выберите уравнение, корнем которого является число 1 .

- 1) $\frac{x^3+x}{2+x}=2-x$ 2) $\frac{(x^2+1)^2}{x^2+3}=1$
 3) $\frac{x+3}{x+1}=-2$ 4) $\frac{x^2+1}{x-1}=\frac{x+1}{2}$

4.

Равносильны ли уравнения:

- а) $x+2=3$ и $x+5=6$; б) $12x=7$ и $1,2x=0,7$;
 в) $2x=4$ и $24x-7=41$; г) $x-1=3$ и $\frac{x^2-x}{5}=\frac{3x}{5}$;
 д) $\frac{x^2+x}{x-1}=0$ и $\frac{x+1}{x-1}=0$; е) $\frac{x^2-1}{x-1}=0$ и $x+1=0$;
 ж) $3x-1+5x=x-12$ и $7x=-11$;
 з) $1\frac{1}{3}x^2-x+8=0$ и $x^2-0,75x+6=0$?

5. Укажите степень каждого уравнения:

$$\frac{1}{2}x^3 + 4x^7 - x^2 + 3 = 0$$

$$5 - 4x + 3x^2 = 4$$

$$5x - 7 = 0$$

$$2x + 5x^2 = 5x^2 - 2x$$

$$7x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$$$

$$x^3 + 5x^2 - 6x = 0$$

6.

Укажите степень уравнения $x^2(5x^3 - 2x^2) + 8 - 5x^5 + x^3 = 0$.

- 1) 3 2) 5 3) 4

7. Используя знаки \Leftrightarrow и \Rightarrow , покажите равносильные уравнения(\Leftrightarrow) и уравнения - следствия(\Rightarrow):

Уравнение 1	Знак	Уравнение 2
$x^2 + 5x + 4 = 0$		$(x + 1)(x + 4) = 0$
$(x - 1)(x - 2) = 3(x - 2)$		$x - 1 = 3$
$5x + 7 = 9x - 8$		$5x - 9 = -8 - 7$
$0.5x^2 - 0.3x = 2$		$5x^2 - 3x = 20$
$\frac{x^2}{x - 3} = \frac{4}{x - 3}$		$x^2 = 4$
$x^2 + \frac{1}{x - 6} = 36 + \frac{1}{x - 6}$		$x^2 = 36$
$(4 - x^2)(4 + x^2) = 0$		$16 - x^4 = 0$

Биквадратное уравнение

Параграф 5.
п.5.2 стр. 96-98

8. Представьте выражение в виде квадрата:

а) x^4 ; б) a^6 ; в) y^8 ; г) m^{10}

9. Какую замену неизвестного необходимо выполнить, чтобы уравнение стало квадратным:

а) $y^4 + 4y^2 + 1 = 0$ б) $b^4 - 5 + 3b^2 = 0$
 в) $6y^2 - 9y^4 = 0$ г) $12 - a^4 + 3a^2 = 0$
 д) $x^6 - 2x^3 + 2 = 0$ е) $f^8 - 4 = 0$

10.

Сколько корней имеет уравнение $3x^4 + 5x^2 + 1 = 0$?

1) ни одного 2) два
3) четыре 4) другой ответ

11.1. Решите уравнение, в ответ запишите сумму корней:

1) $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$;
 2) $1 - 4z^4 = 0$;
 3) $0,1y^4 - 1,6y^2 = 0$;
 4) $x^4 - 18 = 7x^2$;
 5) $x^4 - 2x^2 = 8$.

11.2. Решите уравнение:

	$a) x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ $б) y^4 - 6y^2 + 8 = 0$ $в) 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ $г) x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ $д) 5y^4 - 5y^2 + 2 = 0$ $е) t^4 - 2t^2 - 3 = 0$											
Распадающиеся уравнения <i>Параграф 5. п.5.3 стр. 99-101</i>	12. Разложите на множители левую часть уравнения и решите уравнение: <table><tr><td>а) $2x^2 - 3x = 0$;</td><td>б) $7x^2 + 5x = 0$;</td><td>в) $x^3 - x = 0$;</td></tr><tr><td>г) $x^2 + x^3 = 0$;</td><td>д) $1 - x^3 = 0$;</td><td>е) $1 + x^3 = 0$;</td></tr><tr><td>ж) $x^3 - 8 = 0$;</td><td>з) $125 - x^3 = 0$;</td><td>и) $x^4 - 1 = 0$.</td></tr></table> 13. Решите уравнение: а) $(2x-4)(x-9)=0$ б) $(x+5)((4-6x)=0$ в) $(x^2 - 9)(x^2 - 5x + 6) = 0$ г) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ 14. Представьте левую часть уравнения в виде произведения многочленов и решите уравнение: 1) $a^6-1=0$; 2) $10x^2-x^4 - 3x^3=0$; 3) $y^2-7y+12=0$; 4) $c^3+2c-3=0$.	а) $2x^2 - 3x = 0$;	б) $7x^2 + 5x = 0$;	в) $x^3 - x = 0$;	г) $x^2 + x^3 = 0$;	д) $1 - x^3 = 0$;	е) $1 + x^3 = 0$;	ж) $x^3 - 8 = 0$;	з) $125 - x^3 = 0$;	и) $x^4 - 1 = 0$.		
а) $2x^2 - 3x = 0$;	б) $7x^2 + 5x = 0$;	в) $x^3 - x = 0$;										
г) $x^2 + x^3 = 0$;	д) $1 - x^3 = 0$;	е) $1 + x^3 = 0$;										
ж) $x^3 - 8 = 0$;	з) $125 - x^3 = 0$;	и) $x^4 - 1 = 0$.										
Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая — нуль. <i>Параграф 5. п.5.4 стр. 101-104</i>	15. <table><tr><td>а) Для каких пар чисел a и b верно равенство $\frac{a}{b} = 0$?</td></tr><tr><td>б) Верно ли, что если числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} = 0$, то $a = 0$?</td></tr><tr><td>в) Верно ли, что если число $a = 0$, то $\frac{a}{b} = 0$ для любого числа b?</td></tr><tr><td>г) Является ли корнем уравнения $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 1} = 0$ число 1? число 5?</td></tr><tr><td>д) Является ли число 3 корнем уравнения $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$?</td></tr></table> 16. При каком значении переменной равна нулю дробь: <table><tr><td>1) $\frac{x}{312}$;</td><td>1) $\frac{x-7}{2x}$;</td><td>1) $\frac{4x-8}{x+6}$;</td></tr><tr><td>2) $\frac{6x+3}{x-5}$;</td><td>2) $\frac{x^2-9}{x+3}$;</td><td>2) $\frac{100-x^2}{x-10}$;</td></tr></table>	а) Для каких пар чисел a и b верно равенство $\frac{a}{b} = 0$?	б) Верно ли, что если числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} = 0$, то $a = 0$?	в) Верно ли, что если число $a = 0$, то $\frac{a}{b} = 0$ для любого числа b ?	г) Является ли корнем уравнения $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 1} = 0$ число 1? число 5?	д) Является ли число 3 корнем уравнения $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$?	1) $\frac{x}{312}$;	1) $\frac{x-7}{2x}$;	1) $\frac{4x-8}{x+6}$;	2) $\frac{6x+3}{x-5}$;	2) $\frac{x^2-9}{x+3}$;	2) $\frac{100-x^2}{x-10}$;
а) Для каких пар чисел a и b верно равенство $\frac{a}{b} = 0$?												
б) Верно ли, что если числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} = 0$, то $a = 0$?												
в) Верно ли, что если число $a = 0$, то $\frac{a}{b} = 0$ для любого числа b ?												
г) Является ли корнем уравнения $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 1} = 0$ число 1? число 5?												
д) Является ли число 3 корнем уравнения $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$?												
1) $\frac{x}{312}$;	1) $\frac{x-7}{2x}$;	1) $\frac{4x-8}{x+6}$;										
2) $\frac{6x+3}{x-5}$;	2) $\frac{x^2-9}{x+3}$;	2) $\frac{100-x^2}{x-10}$;										

$$3) \frac{x^2 - 25}{(x-5)^2};$$

$$3) \frac{(x+4)^2}{x^2 - 4x};$$

$$3) \frac{18a+18}{13a-18};$$

$$4) \frac{4c^2 - 9}{2c+3};$$

$$4) \frac{16c+4}{3c-15};$$

$$4) \frac{4y^2 - 25}{2y-5};$$

17.

Найдите корни уравнения $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2} = 0$.

- 1) 1 2) 1 и $-\frac{1}{2}$ 3) $-\frac{1}{2}$ 4) другой ответ

18.

Найдите корни уравнения $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + 5x - 6} = 0$.

- 1) 1 и $-\frac{5}{2}$ 2) 1 3) $-\frac{5}{2}$ 4) другой ответ

19. Решите уравнение:

a) $\frac{(x-1)^2(x+2)}{x-1} = 0;$

б) $\frac{(x+7)^2(x-4)}{x-4} = 0.$

в) $\frac{4x^2 - 12x - 27}{x^2 - 3x - 10} = 0;$

Решение рациональных уравнений

Параграф 5.
п.5.5 стр. 104-107,
п.5.7. стр. 111-113

20.

При каком значении x значение дроби $\frac{4x+6}{3x-2}$ равно 2?

- 1) 4 2) 5 3) 6 4) другой ответ

21.

При каком значении x дроби $\frac{3}{3+4x}$ и $\frac{4}{5x+3}$ равны?

- 1) -3 2) 3 3) 0,4 4) другой ответ

22. Решите уравнение:

1) $\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3};$ 2) $x - \frac{6}{x} = -1.$

23. Решите уравнение:

a) $\frac{x^2 + 2x}{x+4} = \frac{8}{x+4};$

$$\text{б)} \quad \frac{10}{x} = 7 - x;$$

$$\text{в)} \quad \frac{x+3}{x} = \frac{2x+10}{x-3}.$$

$$\text{г)} \quad \frac{7}{x^2+x+12} - \frac{6}{x^2+2x-8} = 0;$$

$$\text{д)} \quad \frac{1}{2a-3} + \frac{1}{a-1} = 2;$$

$$\text{е)} \quad \frac{1}{x-1} + \frac{4}{x+2} = \frac{3}{x};$$

24. Решите уравнение:

$$\text{а)} \quad \frac{1}{z+1} + \frac{2}{z^2-1} = \frac{3}{z-1}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{2}{a} + \frac{10}{a^2-2a} = \frac{1+2a}{a-2};$$

$$\text{г)} \quad \frac{3m}{m+1} + \frac{2}{m} = \frac{2m+5}{m^2+m};$$

25. Решите уравнение:

$$\text{а)} \quad (x+2)^2 = 2(x+2) + 3;$$

$$\text{б)} \quad (x^2+3x-25)^2 - 2(x^2+3x-25) = -7;$$

$$\text{в)} \quad (x^4+x^2+1)(x^4+x^2+2) = 12;$$

26. Решите уравнение:

$$\text{а)} \quad \left(\frac{2x+1}{x}\right)^2 - 2\left(\frac{2x+1}{x}\right) = 3;$$

$$\text{б)} \quad \frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = 2;$$

27. Решите уравнение:

$$\text{а)} \quad x(x+2)(x+3)(x+5) = 72;$$

$$\text{б)} \quad x(x+2)(x+4)(x+6) = 105;$$

**Понятие системы
рациональных
уравнений**

Параграф 9.
п.9.1 стр. 191-193

28.

Определите степень уравнения:

$$\text{а)} \quad 2x - 5y = 7;$$

$$\text{б)} \quad x + x^2 - xy - 5 = 0;$$

$$\text{в)} \quad xy = 4;$$

$$\text{г)} \quad x^2 - xy^2 - 7x = 0;$$

$$\text{д)} \quad xy^5 - x^3y + 3 = 0;$$

$$\text{е)} \quad x^6 - x^8 - x^{10} = 0.$$

29.

Дано уравнение $xy + x = 8$.

а) Какова степень этого уравнения?

б) Выразите x через y . Для любого ли y можно найти x ?

в) Выразите y через x . Для любого ли x можно найти y ?

30.

Выберите систему уравнений, решением которой является пара чисел $(1; -2)$.

$$1) \begin{cases} x + 2y^2 = 9, \\ (x - 3)(1 - y) = 6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x - y^2 = -2, \\ \frac{2}{x} - 4 = y \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + 2y = -3, \\ x^2 + 2y = -y^2 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x - 3y = 7, \\ \frac{1}{x} - \frac{4}{y} = 4 \end{cases}$$

31.

При каком значении a система уравнений $x - 2y = 2$ и $x + y^2 = a$ имеет единственное решение?

1) 1 2) 2 3) 3 4) другой ответ

32.

Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ 3x - y = 1 \end{cases} ?$$

1) ни одного 2) одно 3) два 4) другой ответ

33.

Является ли тройка чисел $(1; 1; 1)$ решением системы уравнений:

$$а) \begin{cases} x + y + z = 3, \\ 3x - 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x + y + z = 3, \\ xy + xz + yz = 3, \\ x^2 + x - y = 1; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 8, \\ xy - 3x^2 + z = -1, \\ x^2 + y^2 - z^2 = 1; \end{cases} \quad г) \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2, \\ x + y + z = 3, \\ xy + yz = 2? \end{cases}$$

Решение систем
рациональных
уравнений
способом
подстановки

34.

Известно, что $x - y = 3$, а $x^2 + y^2 = 5$. Вычислите xy .

35.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - 2y = -6, \\ 6x + y = 11. \end{cases}$

<p>Параграф 9. п.9.2 стр. 195-200</p>	<p>36.</p> <p>Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 2, \\ x - y^2 = 2. \end{cases}$</p> <p>37. Решить систему:</p> <p>а) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 3y - z = 8, \\ 2x + 4y + z = 3, \\ x + 9y + 4z = 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 5, \\ \frac{x-3}{y+4} + \frac{y-3}{x+4} = -\frac{1}{20}; \end{cases}$</p> <p>г) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$ д) $\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1. \end{cases}$ е) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$</p>
<p>Решение систем рациональных уравнений другими способами</p> <p>Параграф 9. п.9.3 стр. 201-203</p>	<p>38.</p> <p>Известно, что $x + y = 3$, а $xy = 1$. Вычислите $x^2 + xy + y^2$.</p> <p>39.</p> <p>Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 8, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}. \end{cases}$</p> <p>40. Решить систему уравнений:</p> <p>а) $\begin{cases} x^2 + 12y = -68, \\ y^2 - 4x = 28; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{5}{3x-y} - \frac{2}{2x+y} = \frac{29}{21}, \\ \frac{2}{3x-y} + \frac{5}{2x+y} = \frac{29}{21}. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$</p> <p>г) $\begin{cases} \frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} = 7, \\ \frac{2}{x-y} = \frac{5}{x+y}; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = 2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6. \end{cases}$ е) $\begin{cases} \frac{x-2}{y+1} = \frac{9}{4} \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{97}{9} \end{cases}$</p> <p>ж) $\begin{cases} 5(x+y) + 4xy = 32, \\ xy(x+y) = 12; \end{cases}$</p>