

Примерный банк заданий по математике для подготовки к тестированию

(АЛГЕБРА: учебник Никольский С.М.)

Тема модуля № 6**«Рациональные уравнения. Системы рациональных уравнений»****Основные теоретические сведения, необходимые для успешного выполнения теста:****Глава 2: §5 (пп 5.1. – 5.8), Глава 4: §9 (пп. 9.1 – 9.3)****Рациональные уравнения**

Понятие рационального уравнения.

Равносильные уравнения. Уравнение - следствие.

Биквадратное уравнение.

Распадающееся уравнение.

Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая равна нулю.

Решение задач при помощи рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).

Решение рационального уравнения при помощи замены неизвестного.

Системы рациональных уравнений

Решение систем рациональных уравнений способом подстановки.

Решение систем рациональных уравнений другими способами.

Решение задач при помощи систем рациональных уравнений (во 2-ом полугодии).***В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:***

- 1) определять рациональные уравнения, биквадратные уравнения, распадающиеся уравнения, уравнения-следствия, равносильные уравнения;
- 2) решать основные виды рациональных уравнений (биквадратные уравнения, распадающиеся, уравнения, одна часть которых алгебраическая дробь, а другая - нуль) разными способами и производить отбор корней уравнения;
- 3) понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций.
- 4) овладеть специальными приёмами решения уравнений и систем уравнений;
- 5) уверенно применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики.
- 6) решать системы уравнений с двумя переменными.
- 7) овладеть специальными приёмами решения систем уравнений.

Примерные практические задания

Тема	Задания			
Понятие рационального уравнения.	1. Является ли рациональным уравнение: а) $\frac{x+5}{4x} = \frac{x-9}{6}$. д) $x^2 + 6x + 8 = 0$			

**Уравнения —
следствия***

Параграф 5.
n.5.1 стр. 95-95
n. 5.8 стр 114

б)	$\sqrt{2x+1} = 3$	е)	$\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$
в)	$\frac{2x+3}{5} = 5x$	ж)	$x - \sqrt{x-2} = 0$
г)	$\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}$	з)	$\frac{x^2 + 6x + 8}{x+2} = 0;$

2.

Выберите уравнение, корнем которого является число -1 .

1) $\frac{3x+x^2}{x} = x + 2$ 2) $x^3 + 2 = x^2$

3) $\frac{3+x}{x^2+1} = -1$ 4) $x^3 - 2 = x^2$

3.

Выберите уравнение, корнем которого является число 1 .

1) $\frac{x^3+x}{2+x} = 2-x$ 2) $\frac{(x^2+1)^2}{x^2+3} = 1$

3) $\frac{x+3}{x+1} = -2$ 4) $\frac{x^2+1}{x-1} = \frac{x+1}{2}$

4.

Равносильны ли уравнения:

- | | |
|--|---|
| а) $x+2=3$ и $x+5=6$; | б) $12x=7$ и $1,2x=0,7$; |
| в) $2x=4$ и $24x-7=41$; | г) $x-1=3$ и $\frac{x^2-x}{5}=\frac{3x}{5}$; |
| д) $\frac{x^2+x}{x-1}=0$ и $\frac{x+1}{x-1}=0$; | е) $\frac{x^2-1}{x-1}=0$ и $x+1=0$; |
| ж) $3x-1+5x=x-12$ и $7x=-11$; | |
| з) $1\frac{1}{3}x^2-x+8=0$ и $x^2-0,75x+6=0$? | |

5. Укажите степень каждого уравнения:

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2}x^3 + 4x^7 - x^2 + 3 = 0 & 5 - 4x + 3x^2 = 4 \\ 5x - 7 = 0 & 2x + 5x^2 = 5x^2 - 2x \\ 7x^2 - 9x + 4 = 0 & x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \\ & x^3 + 5x^2 - 6x = 0 \end{array}$$

6.

Укажите степень уравнения $x^2(5x^3 - 2x^2) + 8 - 5x^5 + x^3 = 0$.

- 1) 3 2) 5 3) 4

7. Используя знаки \Leftrightarrow и \Rightarrow , покажите равносильные уравнения (\Leftrightarrow) и уравнения - следствия (\Rightarrow):

Уравнение 1	Знак	Уравнение 2
$x^2 + 5x + 4 = 0$		$(x + 1)(x + 4) = 0$
$(x - 1)(x - 2) = 3(x - 2)$		$x - 1 = 3$
$5x + 7 = 9x - 8$		$5x - 9 = -8 - 7$
$0.5x^2 - 0.3x = 2$		$5x^2 - 3x = 20$
$\frac{x^2}{x - 3} = \frac{4}{x - 3}$		$x^2 = 4$
$x^2 + \frac{1}{x - 6} = 36 + \frac{1}{x - 6}$		$x^2 = 36$
$(4 - x^2)(4 + x^2) = 0$		$16 - x^4 = 0$

Биквадратное уравнение

Параграф 5.
п.5.2 стр. 96-98

8. Представьте выражение в виде квадрата:

а) x^4 ; б) a^6 ; в) y^8 ; г) m^{10}

9. Какую замену неизвестного необходимо выполнить, чтобы уравнение стало квадратным:

а) $y^4 + 4y^2 + 1 = 0$	б) $b^4 - 5 + 3b^2 = 0$
в) $6y^2 - 9y^4 = 0$	г) $12 - a^4 + 3a^2 = 0$
д) $x^6 - 2x^3 + 2 = 0$	е) $f^8 - 4 = 0$

10.

Сколько корней имеет уравнение $3x^4 + 5x^2 + 1 = 0$?

- | | |
|--------------|-----------------|
| 1) ни одного | 2) два |
| 3) четыре | 4) другой ответ |

11.1. Решите уравнение, в ответ запишите сумму корней:

- 1) $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$;
- 2) $1 - 4z^4 = 0$;
- 3) $0,1y^4 - 1,6y^2 = 0$;
- 4) $x^4 - 18 = 7x^2$;
- 5) $x^4 - 2x^2 = 8$.

11.2. Решите уравнение:

	$a) x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ $b) y^4 - 6y^2 + 8 = 0$ $c) 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ $d) x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ $e) 5y^4 - 5y^2 + 2 = 0$ $f) t^4 - 2t^2 - 3 = 0$									
Распадающиеся уравнения <i>Параграф 5.</i> <i>n.5.3 стр. 99-101</i>	<p>12. Разложите на множители левую часть уравнения и решите уравнение:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 33%;">а) $2x^2 - 3x = 0$;</td> <td style="width: 33%;">б) $7x^2 + 5x = 0$;</td> <td style="width: 33%;">в) $x^3 - x = 0$;</td> </tr> <tr> <td>г) $x^2 + x^3 = 0$;</td> <td>д) $1 - x^3 = 0$;</td> <td>е) $1 + x^3 = 0$;</td> </tr> <tr> <td>ж) $x^3 - 8 = 0$;</td> <td>з) $125 - x^3 = 0$;</td> <td>и) $x^4 - 1 = 0$.</td> </tr> </table> <p>13. Решите уравнение:</p> <p style="margin-left: 40px;">а) $(2x-4)(x-9)=0$</p> <p style="margin-left: 40px;">б) $(x+5)((4-6x)=0$</p> <p style="margin-left: 40px;">в) $(x^2 - 9)(x^2 - 5x + 6) = 0$</p> <p style="margin-left: 40px;">г) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$</p> <p>14. Представьте левую часть уравнения в виде произведения многочленов и решите уравнение:</p> <p style="margin-left: 40px;">1) $a^6 - 1 = 0$;</p> <p style="margin-left: 40px;">2) $10x^2 - x^4 - 3x^3 = 0$;</p> <p style="margin-left: 40px;">3) $y^2 - 7y + 12 = 0$;</p> <p style="margin-left: 40px;">4) $c^3 + 2c - 3 = 0$.</p> <p>15.</p> <p style="margin-left: 40px;">а) Для каких пар чисел a и b верно равенство $\frac{a}{b} = 0$?</p> <p style="margin-left: 40px;">б) Верно ли, что если числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} = 0$, то $a = 0$?</p> <p style="margin-left: 40px;">в) Верно ли, что если число $a = 0$, то $\frac{a}{b} = 0$ для любого числа b?</p> <p style="margin-left: 40px;">г) Является ли корнем уравнения $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 1} = 0$ число 1? число 5?</p> <p style="margin-left: 40px;">д) Является ли число 3 корнем уравнения $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$?</p> <p>16. При каком значении переменной равна нулю дробь:</p> <p style="margin-left: 40px;">1) $\frac{x}{312}$;</p> <p style="margin-left: 40px;">1) $\frac{x-7}{2x}$;</p> <p style="margin-left: 40px;">1) $\frac{4x-8}{x+6}$;</p> <p style="margin-left: 40px;">2) $\frac{6x+3}{x-5}$;</p> <p style="margin-left: 40px;">2) $\frac{x^2 - 9}{x+3}$;</p> <p style="margin-left: 40px;">2) $\frac{100-x^2}{x-10}$;</p>	а) $2x^2 - 3x = 0$;	б) $7x^2 + 5x = 0$;	в) $x^3 - x = 0$;	г) $x^2 + x^3 = 0$;	д) $1 - x^3 = 0$;	е) $1 + x^3 = 0$;	ж) $x^3 - 8 = 0$;	з) $125 - x^3 = 0$;	и) $x^4 - 1 = 0$.
а) $2x^2 - 3x = 0$;	б) $7x^2 + 5x = 0$;	в) $x^3 - x = 0$;								
г) $x^2 + x^3 = 0$;	д) $1 - x^3 = 0$;	е) $1 + x^3 = 0$;								
ж) $x^3 - 8 = 0$;	з) $125 - x^3 = 0$;	и) $x^4 - 1 = 0$.								
Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая — нуль. <i>Параграф 5.</i> <i>n.5.4 стр. 101-104</i>										

$$3) \frac{x^2 - 25}{(x-5)^2};$$

$$4) \frac{4c^2 - 9}{2c + 3}.$$

$$3) \frac{(x+4)^2}{x^2 - 4x};$$

$$4) \frac{16c+4}{3c-15}.$$

$$3) \frac{18a+18}{13a-18};$$

$$4) \frac{4y^2-25}{2y-5}.$$

17.

Найдите корни уравнения $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2} = 0$.

- 1) 1 2) 1 и $-\frac{1}{2}$ 3) $-\frac{1}{2}$ 4) другой ответ

18.

Найдите корни уравнения $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + 5x - 6} = 0$.

- 1) 1 и $-\frac{5}{2}$ 2) 1 3) $-\frac{5}{2}$ 4) другой ответ

19. Решите уравнение:

a) $\frac{(x-1)^2(x+2)}{x-1} = 0;$

б) $\frac{(x+7)^2(x-4)}{x-4} = 0.$

в) $\frac{4x^2 - 12x - 27}{x^2 - 3x - 10} = 0;$

Решение рациональных уравнений

Параграф 5.

n.5.5 стр. 104-107,
n.5.7. стр. 111-113

20.

При каком значении x значение дроби $\frac{4x+6}{3x-2}$ равно 2?

- 1) 4 2) 5 3) 6 4) другой ответ

21.

При каком значении x дроби $\frac{3}{3+4x}$ и $\frac{4}{5x+3}$ равны?

- 1) -3 2) 3 3) 0,4 4) другой ответ

22. Решите уравнение:

1) $\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3}$. 2) $x - \frac{6}{x} = -1$.

23. Решите уравнение:

a) $\frac{x^2 + 2x}{x+4} = \frac{8}{x+4};$

6) $\frac{10}{x} = 7 - x;$

в) $\frac{x+3}{x} = \frac{2x+10}{x-3}.$

г) $\frac{7}{x^2+x+12} - \frac{6}{x^2+2x-8} = 0;$

д) $\frac{1}{2a-3} + \frac{1}{a-1} = 2;$

е) $\frac{1}{x-1} + \frac{4}{x+2} = \frac{3}{x};$

24. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{z+1} + \frac{2}{z^2-1} = \frac{3}{z-1}.$

б) $\frac{2}{a} + \frac{10}{a^2-2a} = \frac{1+2a}{a-2};$

г) $\frac{3m}{m+1} + \frac{2}{m} = \frac{2m+5}{m^2+m};$

25. Решите уравнение:

а) $(x+2)^2 = 2(x+2) + 3;$

б) $(x^2+3x-25)^2 - 2(x^2+3x-25) = -7;$

в) $(x^4+x^2+1)(x^4+x^2+2) = 12;$

26. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{2x+1}{x}\right)^2 - 2\left(\frac{2x+1}{x}\right) = 3;$

б) $\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = 2;$

27. Решите уравнение:

а) $x(x+2)(x+3)(x+5) = 72;$

б) $x(x+2)(x+4)(x+6) = 105;$

28.

Определите степень уравнения:

а) $2x - 5y = 7;$

б) $x + x^2 - xy - 5 = 0;$

в) $xy = 4;$

г) $x^2 - xy^2 - 7x = 0;$

д) $xy^5 - x^3y + 3 = 0;$

е) $x^6 - x^8 - x^{10} = 0.$

Понятие системы
рациональных
уравнений

Параграф 9.
n.9.1 стр. 191-193

29.

Дано уравнение $xy + x = 8$.

- а) Какова степень этого уравнения?
- б) Выразите x через y . Для любого ли y можно найти x ?
- в) Выразите y через x . Для любого ли x можно найти y ?

30.

Выберите систему уравнений, решением которой является пара чисел $(1; -2)$.

1) $\begin{cases} x + 2y^2 = 9, \\ (x - 3)(1 - y) = 6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - y^2 = -2, \\ \frac{2}{x} - 4 = y \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + 2y = -3, \\ x^2 + 2y = -y^2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - 3y = 7, \\ \frac{1}{x} - \frac{4}{y} = 4 \end{cases}$

31.

При каком значении a система уравнений $x - 2y = 2$ и $x + y^2 = a$ имеет единственное решение?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) другой ответ

32.

Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ 3x - y = 1 ? \end{cases}$$

- 1) ни одного 2) одно 3) два 4) другой ответ

33.

Является ли тройка чисел $(1; 1; 1)$ решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ 3x - 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ xy + xz + yz = 3, \\ x^2 + x - y = 1; \end{cases}$
в) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 8, \\ xy - 3x^2 + z = -1, \\ x^2 + y^2 - z^2 = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2, \\ x + y + z = 3, \\ xy + yz = 2? \end{cases}$

Решение систем
рациональных
уравнений
способом
подстановки

34.

Известно, что $x - y = 3$, а $x^2 + y^2 = 5$. Вычислите xy .

35.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - 2y = -6, \\ 6x + y = 11. \end{cases}$

Параграф 9.
n.9.2 стр. 195-200

36.

Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 2, \\ x - y^2 = 2. \end{cases}$

37. Решить систему:

a) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + 3y - z = 8, \\ 2x + 4y + z = 3, \\ x + 9y + 4z = 5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = 5, \\ \frac{x-3}{y+4} + \frac{y-3}{x+4} = -\frac{1}{20}; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - xy + 6y = -4. \end{cases}$

д) $\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1. \end{cases}$

е) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$

**Решение систем
рациональных
уравнений
другими
способами**

*Параграф 9.
n.9.3 стр. 201-203*

38.

Известно, что $x + y = 3$, а $xy = 1$. Вычислите $x^2 + xy + y^2$.

39.

Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 8, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}. \end{cases}$

40. Решить систему уравнений:

а) $\begin{cases} x^2 + 12y = -68, \\ y^2 - 4x = 28; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{5}{3x-y} - \frac{2}{2x+y} = \frac{29}{21}, \\ \frac{2}{3x-y} + \frac{5}{2x+y} = \frac{29}{21}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$

г)

д)

е)

$$\begin{cases} \frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} = 7, \\ \frac{2}{x-y} = \frac{5}{x+y}; \end{cases}$$

$\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = 2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6. \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{x-2}{y+1} = \frac{9}{4}, \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{97}{9} \end{cases}$$

ж) $\begin{cases} 5(x+y) + 4xy = 32, \\ xy(x+y) = 12; \end{cases}$