10.2 классы (ен, сэ)

2021-2022 уч.год

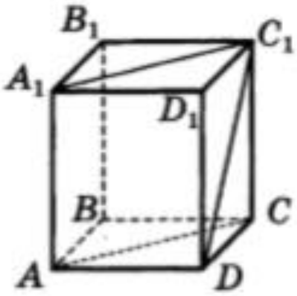
Примерный банк заданий по математике для подготовки к тестированию (учебник Атанасян Л.С.)

Тема модуля «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

(Глава II. §1, §2, §3)

Элементы содержания	Ученик научится	Ученик получит возможность научиться
Перпендикулярность прямых и плоскостей. **Угол между двумя прямыми в пространстве.** **Перпендикуляр и наклонные. Теорема о трех перпендикулярах.** **Угол между прямой и плоскостью в пространстве.** **Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Угол между плоскостями.**	✓ Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений. ✓ Формулировать и доказывать геометрические утверждения. ✓ Решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия. ✓ Выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач. ✓ Формулировать и доказывать геометрические утверждения. ✓ Применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач ✓ .Владеть понятием наклонные и их проекции, применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач. ✓ Владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и применять их при решении задач. ✓ Владеть понятием угол между прямой и плоскостью и применять его при решении задач. ✓ Владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и применять их при решении задач. ✓ В повседневной жизни и при изучении других предметов: составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.	✓ *Исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах.* ✓ *Применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов Применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости.* ✓ *Решать задачи на плоскости методами стереометрии, в пространстве - методами планиметрии.*

1. <u>Перпендикулярность прямой и плоскости.</u>

1.1.	**Отрезок AB не пересекает плоскость α. Через точки A и B проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие ее в точках A_1 и B_1 соответственно.** Найдите AB, если $A_1B_1 = 12$ см, $AA_1 = 6$ см, $BB_1 = 11$ см. Найдите A_1B_1, если $AB = 13$ см, $AA_1 = 3$ см, $BB_1 = 8$ см.
1.2.	**$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольный параллелепипед. Укажите <u>неверное</u> утверждение о прямых.**  **1) $CD_1 \perp AD$** **2) $DD_1 \perp A_1C_1$** **3) $A_1C_1 \perp DC_1$** **4) $A_1D_1 \perp DC_1$**
1.3.	В треугольнике ABC $\angle C = 90°$. Точка D не лежит в плоскости ABC, причем $DC \perp AC$. а) Докажите, что прямая AC перпендикулярна к плоскости DCB. б) Верно ли, что прямая DC перпендикулярна к плоскости ABC?
1.4.	$ABCD$ — квадрат. Вне плоскости квадрата выбрана точка K, причем $KA \perp AB$. а) Докажите, что прямая AB перпендикулярна к плоскости AKD. б) Верно ли, что прямая AD перпендикулярна к плоскости AKB?
1.5.	1. Через середину M стороны AD квадрата $ABCD$ проведен к его плоскости перпендикуляр MK, равный $6\sqrt{3}$ см. Сторона квадрата равна 12 см. Вычислите: а) расстояние от точки K до прямой BC; б) площади треугольника AKB и его проекции на плоскость квадрата;

1.6.	Через вершины A и B прямоугольника $ABCD$ проведены параллельные прямые A_1A и B_1B, не лежащие в плоскости прямоугольника. Известно, что $A_1A \perp AB$ и $A_1A \perp AD$. Найдите B_1B, если $B_1D = 25$ см, $AB = 12$ см, $AD = 16$ см.
1.7.	Через вершины A и B ромба $ABCD$ проведены параллельные прямые A_1A и B_1B, не лежащие в плоскости ромба. Известно, что $B_1B \perp AB$, $B_1B \perp BC$. Найдите AA_1, если $A_1C = 13$ см, $BD = 16$ см, $AB = 10$ см.
1.8.	Точка K не лежит в плоскости ромба $ABCD$. Известно, что $KB \perp AB$, $KB \perp BD$. а) Докажите, что прямая AC перпендикулярна к плоскости KBD. б) Верно ли, что прямая BD перпендикулярна к плоскости KAC?
1.9.	В треугольнике ABC $\angle A = 90°$, AH — высота треугольника. Вне плоскости ABC выбрана точка D, причем $DB \perp BC$, $DB \perp AB$. а) Докажите, что прямая AH перпендикулярна к плоскости DBC. б) Верно ли, что прямая CH перпендикулярна к плоскости DAB?
1.10.	Закончите предложение, чтобы получилось верное утверждение. 1.1. Две прямые называются перпендикулярными, если… 1.2. Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она… 1.3. Если две плоскости перпендикулярны прямой, то они… 1.1. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если… 1.2. Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости… 1.3. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая…

1.11.

2. Ответьте на вопрос

2.1. Сколько перпендикуляров можно провести через данную точку к данной прямой на плоскости?	2.1. Сколько перпендикуляров можно провести через данную точку к данной прямой в пространстве?

1.12.

3. Выпишите

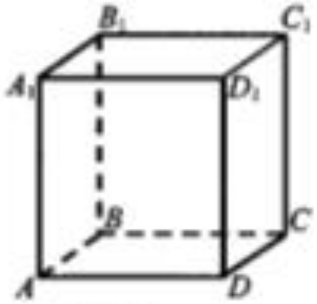


Рис. 5

3.1. Ребра, перпендикулярные плоскости (DCC_1). 3.2. Плоскости, перпендикулярные ребру BB_1.	3.1. Ребра, перпендикулярные плоскости (ABB_1). 3.2. Плоскости, перпендикулярные ребру A_1D_1.

1.13

4. Используя символы $\parallel$ и $\perp$, запишите, как расположены прямая и плоскость (по рис.5 из п. 3). Докажите.

4.1. CC_1 и DCB 4.2. D_1C_1 и DCB	4.1. AA_1 и DCB 4.2. B_1C_1 и DCB

1.14.

Выбрать верные утверждения

Если в пространстве дана прямая *a* и точка А вне ее, то:

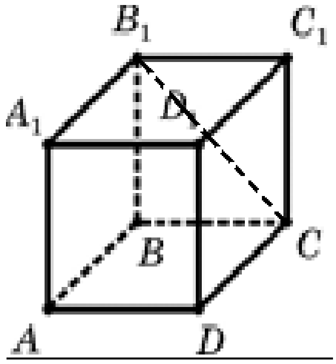
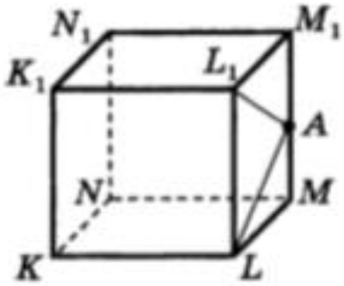
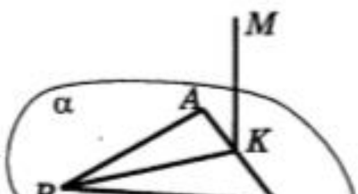
1) Через точку *A* можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных прямой a.
2) Через точку *A* можно провести только одну плоскость, перпендикулярную прямой a.
3) Через точку *A* можно провести две различные плоскости, которые перпендикулярны прямой a.

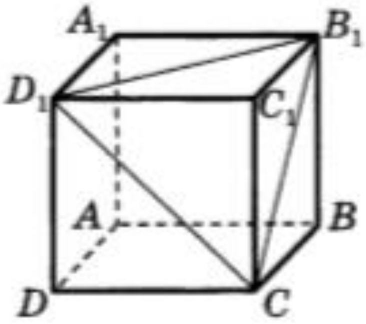
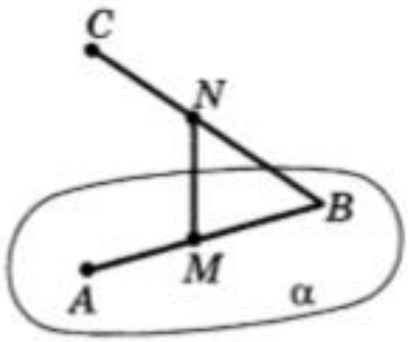
1.15.

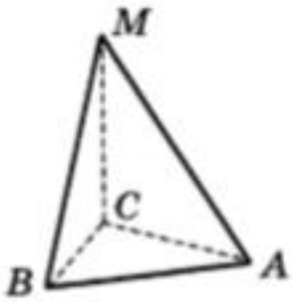
Выбрать верные утверждения

1. **Две прямые в пространстве, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.**
2. **Через точку, принадлежащую данной прямой, можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных ей.**
3. **Через точку, не принадлежащую данной прямой, можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных ей.**
4. **Даны плоскость и параллельная ей прямая. В плоскости можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных ей.**

2. <u>*Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью.*</u>

2.1.	Длиной какого отрезка в кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ определяется расстояние между прямыми B_1C и AA_1 ? 
2.2.	**Точка A — середина ребра MM_1 куба $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Укажите отрезок, длина которого равна расстоянию от точки A до плоскости KLK_1.**  **1) AM 2) AL 3) AL_1 4) KN**
2.3.	**1. Через середину M стороны AD квадрата $ABCD$ проведен к его плоскости перпендикуляр MK, равный $6\sqrt{3}$ см. Сторона квадрата равна 12 см. Вычислите:** **расстояние между прямыми AK и BC.**
2.4.	**В треугольнике ABC $\angle A = 100°$, $\angle B = 30°$, отрезок BK — медиана треугольника, $MK \perp ABC$. Найдите угол между прямыми MK и AB.**  **1) 30° 2) 60° 3) 90° 4) 100°**

2.5.	Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите угол между прямой CD_1 и плоскостью BB_1C_1.  1) CB_1D_1 2) C_1CD_1 3) B_1CD_1 4) CC_1D_1
2.6.	Точки A и B лежат, а точка C не лежит в плоскости α. Точки M и N — середины отрезков AB и BC, $MN \perp \alpha$, $AB = 8$, $BN = 5$. Найдите расстояние от точки C до плоскости α. 
2.7.	**Из точки к плоскости α проведены две наклонные. Найдите расстояние от данной точки до плоскости, если** наклонные имеют равные длины по $3\sqrt{2}$ см, угол между ними равен 60°, а угол между их проекциями — прямой.
2.8.	**Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC.** а) Найдите расстояние от точки A до плоскости α, если AB = 20 см, AC = 15 см, а длины проекций AB и AC на плос- б) Определите, лежат ли обе наклонные и их проекции в одной плоскости, если BC = = 22 см.

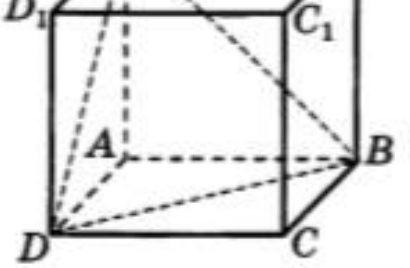
2.9.	Ребро MC тетраэдра $ABCM$ перпендикулярно к плоскости ABC, $MC = 12$. В треугольнике ABC $\angle C = 90°$, $\angle A = 30°$, $AB = 18$.  Сколько из следующих утверждений являются верными? а) плоскость BCM перпендикулярна к плоскости ABC б) расстояние от точки B до плоскости ACM равно 9 в) расстояние от точки M до прямой AB равно AM г) котангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью ACM равен 0,75
2.10.	Отрезок KA — перпендикуляр к плоскости квадрата $ABCD$, площадь которого равна 36 см^2. Обоснуйте и найдите расстояние между прямыми KA и BC.
2.11.	Концы отрезка AB лежат в двух параллельных плоскостях. Найдите длину отрезка AB, если он образует со своей проекцией на одну из данных плоскостей угол 45°, а расстояние между данными плоскостями равно $4\sqrt{2}$ дм.
2.12.	**Два отрезка упираются концами в две параллельные плоскости. Длина одного из отрезков равна длине проекции другого отрезка.** Найдите расстояние между плоскостями, если длины отрезков равны 5 см и $\sqrt{41}$ см.

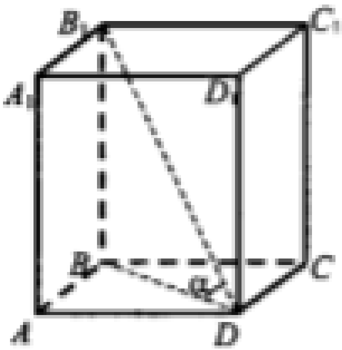
2.13.	Отрезок KA — перпендикуляр к плоскости правильного треугольника ABC. Найдите расстояние между прямыми BC и KA, если периметр треугольника равен 24 см.	
2.14.	В треугольнике ABC $AB = BC = 10$ см, $AC = 12$ см. Через точку B к плоскости треугольника проведен перпендикуляр BD длиной 15 см.	а) Укажите проекцию треугольника DAC на плоскость ABC. б) Найдите расстояние от точки D до прямой AC.
2.15.	Диагонали квадрата $ABCD$ пересекаются в точке O. Отрезок SO — перпендикуляр к плоскости квадрата, $SO = 4\sqrt{2}$ см.	а) Докажите равенство углов, образуемых прямыми SA, SB, SC и SD с плоскостью квадрата. б) Найдите эти углы, если периметр $ABCD$ равен 32 см.
2.16.	Вершины A и D параллелограмма $ABCD$ лежат в плоскости α. Докажите, что прямые BA и CD образуют с плоскостью α равные углы.	
2.17.	Выберите верное утверждение 1. Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости. 2. Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой, параллельной этой плоскости. 3. Прямая, перпендикулярная каким-нибудь двум прямым, лежащим в плоскости, перпендикулярна этой плоскости. 4. Прямая, пересекающая круг в центре и перпендикулярная его диаметру, перпендикулярна плоскости круга. 5. Прямая, пересекающая круг в центре и перпендикулярная двум его радиусам, перпендикулярна плоскости круга. 6. Прямая, перпендикулярная двум не параллельным хордам круга, перпендикулярна его плоскости.	

3. *Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.*

3.1.	Точка A лежит на ребре двугранного угла. 1. Верно ли, что $\angle ABC$ – линейный угол двугранного угла, если лучи AB и AC перпендикулярны его ребру? 2. Верно ли, что $\angle BAC$ – линейный угол двугранного угла, если лучи AB и AC лежат в гранях двугранного угла? 3. Верно ли, что $\angle BAC$ – линейный угол двугранного угла, если лучи AB и AC перпендикулярны его ребру, а точки B и C лежат на гранях угла? 4. Линейный угол двугранного угла равен 80°. Найдется ли в одной из граней угла прямая, перпендикулярная другой грани?
3.2.	Двугранный угол равен 60°. Точка, выбранная на одной из граней, удалена от ребра угла на $6\sqrt{3}$ см. Найдите расстояние от данной точки до второй грани.
3.3.	Равнобедренный треугольник ABC и правильный треугольник ADC не лежат в одной плоскости. Отрезок BD является перпендикуляром к плоскости ADC. Найдите двугранный угол $BACD$, если $AB = BC = 2\sqrt{5}$ см, $AC = 4$ см.
3.4.	2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. $AC = 13$ см, $DC = 5$ см, $AA_1 = 12\sqrt{3}$ см. Вычислите градусную меру двугранного угла $ADCA_1$.
3.5.	В тетраэдре $SABC$ $\angle ABC = 90°$, отрезок SO — перпендикуляр к плоскости ABC, причем точка O лежит на отрезке AC. Постройте линейный угол двугранного угла $SABO$.

3.6.	Прямая, лежащая в одной из граней двугранного угла, параллельна его ребру. Найдите величину двугранного угла, если расстояние между данной прямой и ее проекцией на вторую грань равно расстоянию от проекции до ребра угла.	
3.7.	Равнобедренные треугольники ABC и ADC имеют площади 15 см^2 и 40 см^2, а их общее основание AC имеет длину 10 см. Найдите BD, если двугранный угол $BACD$ равен $60°$.	
3.8.	Вершина A ромба $ABCD$ лежит в плоскости α, а $BD \parallel \alpha$. Постройте линейный угол двугранного угла с гранями ABC и α.	
3.9.	Прямая DA проходит через вершину треугольника ABC, причем $DA \perp AB$ и $DA \perp AC$. Докажите перпендикулярность плоскостей DAC и ABC.	
3.10.	Равнобедренные треугольники ABC и ADC имеют общее основание, а двугранный угол $BACD$ — прямой. Найдите BD, если $AC = 6$ см, а боковые стороны треугольников равны $3\sqrt{2}$ см и 5 см.	
3.11.	Ромб $ABCD$ с точкой пересечения диагоналей O перегнули по диагонали BD так, что $AO \perp OC$. Докажите, что плоскости ABC и ADC перпендикулярны.	

3.12.	Прямая SO перпендикулярна к плоскости ромба $ABCD$ и проходит через точку O пересечения его диагоналей. Докажите перпендикулярность плоскостей ASC и BSD.
3.13	Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 25 см, а диагональ одной из его граней — 24 см. Найдите длину ребра, перпендикулярного к данной грани.
3.14.	Диагональ прямоугольного параллелепипеда образует с двумя его гранями, имеющими общее ребро, равные углы. Докажите, что грань, перпендикулярная к общему ребру, — квадрат.
3.15.	Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 11 см, а его измерения относятся как 6 : 6 : 7. Найдите диагонали граней параллелепипеда.
3.16.	Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 3. Найдите синус угла между плоскостями ABC и BDA_1. 

3.17.	В прямоугольном параллеле…де измерения равны 6, 8, 10. Найти диагональ параллелепипеда и угол меж… диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания. 
3.18.	Выберите верное утверждение 1. Две плоскости, перпендикулярные третьей, параллельны. 2. Плоскость и не лежащая в ней прямая, перпендикулярные другой плоскости, параллельны между собой. 3. Через данную прямую, не перпендикулярную данной плоскости, можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данной. 4. Через данную прямую, не перпендикулярную данной плоскости, можно провести бесконечное множество плоскостей, перпендикулярных данной. 5. Через данную прямую, перпендикулярную данной плоскости, можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данной. 6. Через данную прямую, перпендикулярную данной плоскости, можно провести бесконечное множество плоскостей, перпендикулярных данной.