

10.1 класс (тех)

2021 – 2022 уч. год.

Геометрия. УМК Атанасян Л.С. Модуль 8.

Тема модуля: «Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве»

Глава IV. §1: п.п.38, 39; §2: п.п.40, 41, 42; §3: п.п.43, 44, 45

Глава V. §1: п.п.46, 47, 48, 49; §2: п.п.50, 51, 52, 53*; §3: п.п.54, 55, 56, 57, 58*

В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

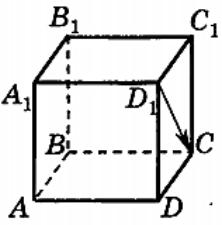
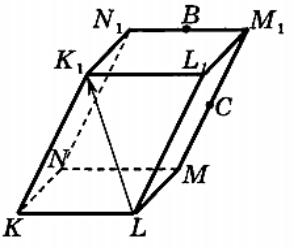
1. Определять понятие вектора, способы его изображения и названия; длину (абсолютную величину, модуль) вектора, равные векторы, противоположные векторы, коллинеарные векторы, виды коллинеарности; компланарные векторы; угла между векторами; свойства действий над векторами; скалярное произведение векторов, понятия направляющего вектора и вектора нормали к прямой; координат вектора в пространстве, радиус-вектора, *направляющего вектора, вектора нормали к прямой и плоскости**.
2. Строить и распознавать векторы различных видов, выполнять действия над векторами, разложение вектора по трем некомпланарным векторам.
3. Понимать принцип разложения и полезность использования разложения вектора по трем некомпланарным векторам.
4. Применять правила сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число в пространстве, применять правило параллелепипеда для сложения трех некомпланарных векторов.
5. Воспроизводить формулу нахождения скалярного произведения векторов, использовать его свойства. *Иметь элементарные представления о существовании векторного и смешанного произведения векторов.*
6. *Определять и понимать область использования понятия направляющего вектора и вектора нормали к прямой.*
7. Понимать и применять необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов в пространстве. Узнавать компланарные векторы на уровне логических умозаключений. *Понимать и применять необходимое и достаточное условие компланарности векторов через смешанное произведение векторов и через определитель.*
8. Называть составляющие прямоугольной системы координат в пространстве, воспроизводить и применять формулу связи между координатами векторов и координатами точек в пространстве, выполнять действия над векторами в координатах.
9. Иметь представление о простейших задачах в координатах. Находить длину вектора, его сумму, разность и произведение вектора на число. Находить скалярное произведение векторов по формуле и в координатах, угол между векторами.
10. Применять при решении задач формулы расстояния между двумя точками, середины отрезка, скалярного произведения векторов в координатах; *уравнение прямой и плоскости в пространстве, формулу вычисления угла между прямыми через координаты направляющих векторов; формулы вычисления расстояния между точкой и прямой, между точкой и плоскостью в пространстве.*
11. Применять правило параллелепипеда, формулы для векторов в общем виде и в координатах при решении простейших задач.
12. Переводить геометрические факты на векторный и координатный язык и переводить векторные соотношения на геометрический язык.

13. Применять коллинеарность и компланарность векторов, векторно-координатный метод при решении задач. Отбирать и применять элементарные приемы векторно-координатного метода решения стереометрических задач.
14. Использовать различные способы вывода уравнений прямой и плоскости в пространстве, применять формулы расстояния между точкой и прямой, между точкой и плоскостью, скалярное произведение векторов при решении стереометрических задач. Использовать язык и инструменты аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач.

* материал, не входящий в обязательный минимум содержания образования в средней школе

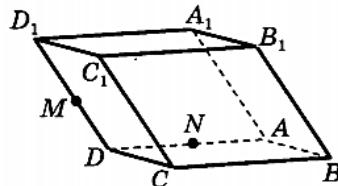
15. Решать задачи с использованием понятий векторной математики:

Часть 1.

	Какое утверждение неверное ?	
	1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны.	
	2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены.	
	3) Любые два равных вектора коллинеарны.	
	Какое утверждение неверное ?	
	1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны.	
	2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны.	
	3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.	
	Какое утверждение верное ?	
	1) Любые два вектора компланарны.	
	2) Любые три вектора компланарны.	
	3) Три нулевых вектора компланарны.	
	Какое утверждение верное ?	
	1) Если один из трёх векторов нулевой, то векторы компланарны.	
	2) Если векторы компланарны, то один из них нулевой.	
	3) Если векторы компланарны, то они равны.	
	Какое утверждение неверное ?	
	1) Коллинеарные векторы компланарны.	
	2) Если векторы компланарны, то они коллинеарны.	
	3) Векторы компланарны, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.	
	Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите вектор, равный вектору $\overrightarrow{D_1C}$.	
	 1) $\overrightarrow{A_1D}$ 2) $\overrightarrow{A_1B}$ 3) \overrightarrow{AC} 4) $\overrightarrow{DC_1}$	
	Точки B и C — середины рёбер M_1N_1 и M_1M параллелепипеда $KLMNKL_1M_1N_1$. Укажите вектор противоположно направленный вектору $\overrightarrow{LK_1}$.	
	 1) $\overrightarrow{MN_1}$ 2) \overrightarrow{BC} 3) $\overrightarrow{KL_1}$ 4) \overrightarrow{CB}	

Точки M и N — середины рёбер DD_1 и AD параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите неверное утверждение.

8.



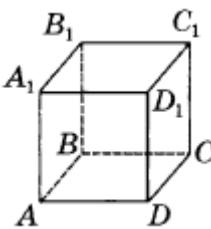
- 1) \overrightarrow{BC} и $\overrightarrow{A_1D_1}$ равны
- 2) \overrightarrow{NM} и $\overrightarrow{BC_1}$ сонаправлены
- 3) $\overrightarrow{A_1D}$ и $\overrightarrow{D_1A}$ противоположные
- 4) \overrightarrow{MN} и $\overrightarrow{BC_1}$ коллинеарны

9.

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольный параллелепипед, $AD = 8$ см, $AB = 9$ см, $AA_1 = 12$ см.

Найти: а) $|\overrightarrow{CC_1}|$, $|\overrightarrow{CB}|$, $|\overrightarrow{CD}|$; б) $|\overrightarrow{DC_1}|$, $|\overrightarrow{DB}|$, $|\overrightarrow{DB_1}|$.

10.

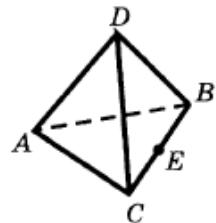


В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите разность векторов
а) $\overrightarrow{C_1B} - \overrightarrow{C_1D}$; б) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB_1}$.

11.

В правильном тетраэдре $DABC$ точка E — середина ребра BC . Найдите векторы:

$$a) \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}; \quad b) \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}.$$



12.

В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и K — середины ребер AC , BC и CD соответственно, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $BD = 5$ см. Найдите длины векторов:

- а) \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{NM} , \overrightarrow{BN} , \overrightarrow{NK} ;
- б) \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{NC} , \overrightarrow{KN} .

13.

Векторы $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{KF}$ и $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{EC}$ являются:

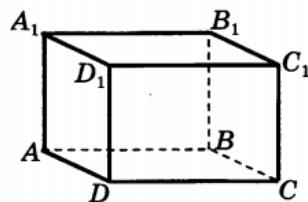
- а) равными;
- б) нулевыми;
- в) противоположными;
- г) сонаправленными.

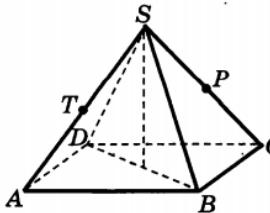
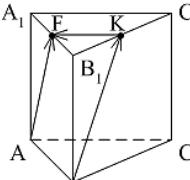
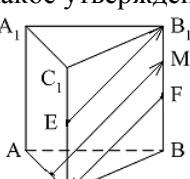
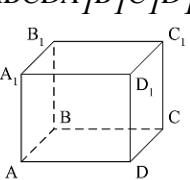
14.

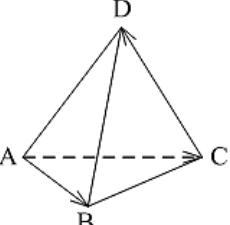
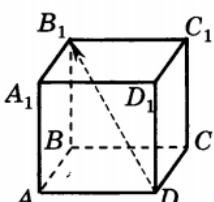
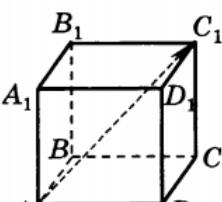
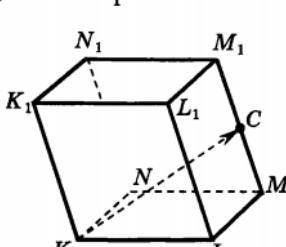
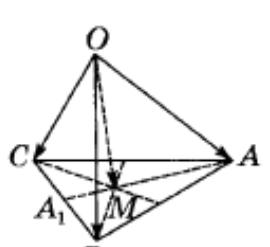
Упростите выражение $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{KF} + \overrightarrow{AD}$.

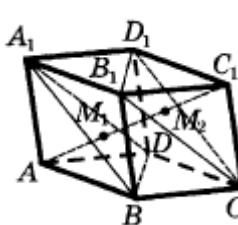
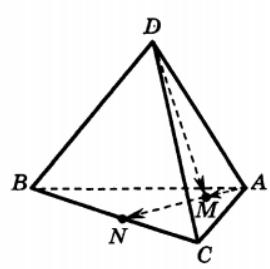
15.

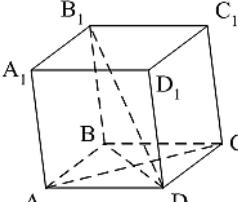
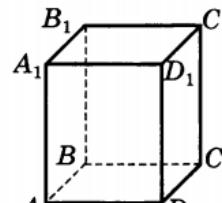
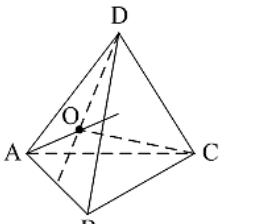
Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите вектор $\vec{a} = \overrightarrow{DA_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$, началом и концом которого служат вершины данного параллелепипеда.

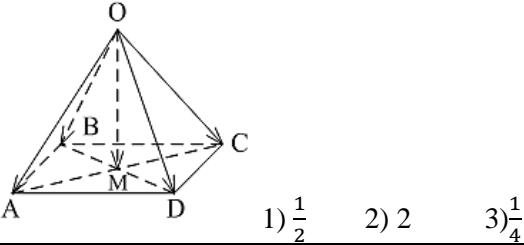
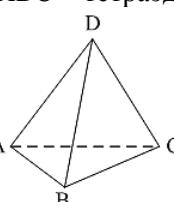


16.	<p>Все рёбра правильной пирамиды $SABCD$ равны 2, точки T и P — середины рёбер AS и CS. Найдите длину вектора, равного сумме векторов $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TP}$.</p> 	
17.	<p>В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AD=8\text{см}$, $AB=9\text{см}$, $AA_1=12\text{см}$. Найдите длины векторов $\overrightarrow{DD_1}$ и $\overrightarrow{C_1B_1}$.</p>	
18.	<p>$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб. Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1C} - \overrightarrow{C_1D_1}$.</p> <p>а) $\overrightarrow{C_1A_1}$; б) \overrightarrow{AC}; в) \overrightarrow{BD}; г) нет верного ответа.</p>	
19.	<p>Даны точки A, B, C, D, K. Известно, что $\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{DK}$, $\overrightarrow{AC} = z \cdot \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AK} = x \cdot \overrightarrow{AB} + y \cdot \overrightarrow{AC}$.</p> <p>Тогда неверно, что...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) все точки лежат в одной плоскости; 2) прямые BC и DK параллельны; 3) точки A, C и D не лежат на одной прямой. 	
20.	<p>$\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD}$, причём точки A, B и C не лежат на одной прямой. Прямые AC и BD не могут быть...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) параллельными; 2) пересекающимися; 3) скрещивающимися. 	
21.	<p>$ABCDA_1B_1C_1$ — правильная призма. $A_1F = FB_1$, $B_1K = KC_1$.</p>  <p>Какое утверждение неверное?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\overrightarrow{KF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. 2) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BK}$. 3) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BK}$. 	
22.	<p>$ABCDA_1B_1C_1$ — правильная призма. $CE = EC_1$, $BF = FB_1$, $FM = MB_1$, $AD : DC = 3 : 1$.</p> <p>Какое утверждение верное?</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1) $\overrightarrow{DM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{EB_1}$. 2) $\overrightarrow{FC} \uparrow\downarrow \overrightarrow{DM}$. 3) $\overrightarrow{EB_1} \uparrow\downarrow \overrightarrow{FC}$. 	
23.	<p>$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — параллелепипед.</p> <p>Тогда $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{D_1B} + \overrightarrow{B_1D_1} + \overrightarrow{DC} = \dots$</p>	
24.	<p>$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — параллелепипед. $\overrightarrow{AD} = \dots$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1) $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{DC_1}$. 2) $\overrightarrow{D_1C_1} - \overrightarrow{DC_1} - \overrightarrow{D_1A_1} + \overrightarrow{BB_1}$. 3) $\overrightarrow{AB_1} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CC_1}$. 	

25.	<p>Векторы $\vec{AC}_1 - \vec{AC} - \vec{A}_1C_1$ и $\vec{A}_1A - \vec{CB} + \vec{AB}$ <u>являются</u>...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) равными; 2) противоположными; 3) сонаправленными. 	
26.	<p>$DABC$ – тетраэдр. $\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{x} - \vec{CD}$. Тогда $\vec{x} = \dots$</p>  <p>1) \vec{DA}; 2) \vec{BC}; 3) \vec{DB}.</p>	
27.	<p>Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите три вектора, по которым можно разложить вектор \vec{DB}_1.</p>  <p>1) $\vec{AA}_1, \vec{DD}_1, \vec{CC}_1$ 2) $\vec{CB}, \vec{AD}, \vec{BC}_1$ 3) $\vec{BC}_1, \vec{DA}_1, \vec{DD}_1$ 4) $\vec{DA}, \vec{AB}, \vec{BB}_1$</p>	
28.	<p>Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Разложите вектор \vec{AC}_1 по векторам $\vec{a} = \vec{AD}$, $\vec{b} = \vec{AB}$, $\vec{c} = \vec{AA}_1$.</p>  <p>1) $\vec{a} + 0,5\vec{b} + \vec{c}$ 2) $\vec{a} - 0,5\vec{b} + \vec{c}$ 3) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ 4) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$</p>	
29.	<p>Точка C – середина ребра M_1M параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Выразите вектор \vec{KC} через векторы $\vec{a} = \vec{KN}$, $\vec{b} = \vec{KL}$, $\vec{c} = \vec{KK}_1$.</p>  <p>1) $\vec{a} + 0,5\vec{b} + \vec{c}$ 2) $\vec{a} - \vec{b} + 0,5\vec{c}$ 3) $0,5\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ 4) $\vec{a} + \vec{b} + 0,5\vec{c}$</p>	
30.	<p>Докажите:</p> <p>Если M – точка пересечения медиан треугольника ABC, а O – произвольная точка пространства, то</p> $\vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}).$ 	

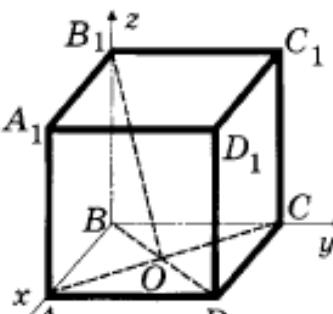
31.	<p>Докажите: Диагональ AC параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проходит через точки пересечения медиан треугольников A_1BD и CB_1D_1 и делится этими точками на три равные части.</p> 	
32.	<p>Точка N — середина ребра BC тетраэдра $DABC$, $M \in AN$, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$. Выразите вектор \overrightarrow{DM} через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AD}$.</p> 	
33.	<p>$ABCA_1B_1C_1$ — призма. Укажите точку M, если:</p> <p>а) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{A_1C_1}$; б) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1A} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{AA_1}$;</p> <p>в) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{B_1C_1}$.</p>	
34.	<p>Точка M $(-2; 3; -7)$ находится от плоскости XOY на расстоянии, равном...</p> <p>1) 7; 2) 2; 3) 3.</p>	
35.	<p>Расстояние от точки $B(-2;-5; \sqrt{3})$ до оси OX равно:</p> <p>а) $4\sqrt{3}$; б) $7\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{7}$.</p>	
36.	<p>Дана точка $M(2;-3;-4)$. Найдите точку симметричную ей, относительно начала координат.</p> <p>а) $M_1(-2;3;4)$; б) $M_1(2;3;4)$; в) $M_1(-2;-3;4)$; г) $M_1(-2;-3;4)$.</p>	
37.	<p>Точка M — середина отрезка AB. Найдите координаты точки M, если $A(-6;4;0)$, $B(0;-9;4)$</p>	
38.	<p>Точка E — середина отрезка AB. Найдите координаты точки B, если $A(14;-8;5)$, $E(3;-2;-7)$.</p> <p>а) $B(-8;4;-19)$; б) $B(8;-4;-19)$; в) $B(8;-4;-19)$; г) $B(8;4;19)$.</p>	
39.	<p>$\overrightarrow{m} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$. Тогда вектор \overrightarrow{m} <u>имеет</u> координаты...</p> <p>1) $\overrightarrow{m} \{2; 1; 1\}$; 2) $\overrightarrow{m} \{-2; 1; 1\}$; 3) $\overrightarrow{m} \{2; -1; -1\}$.</p>	
40.	<p>$\overrightarrow{a} \{1; 2; -3\}$, $\overrightarrow{b} \{-3; 2; 1\}$, $\overrightarrow{c} \{-3; -6; 9\}$. Тогда коллинеарными <u>будут</u> векторы...</p> <p>1) \overrightarrow{a} и \overrightarrow{b}; 2) \overrightarrow{b} и \overrightarrow{c}; 3) \overrightarrow{a} и \overrightarrow{c}.</p>	
41.	<p>Первая и третья координаты ненулевого вектора \overrightarrow{a} равны нулю. Тогда <u>неверно</u>, что...</p> <p>1) $\overrightarrow{a} \parallel OX$; 2) $\overrightarrow{a} \perp OZ$; 3) $\overrightarrow{a} \perp (XOZ)$.</p>	
42.	<p>Первая координата ненулевого вектора \overrightarrow{AB} равна нулю. Тогда <u>неверно</u>, что...</p> <p>1) $\overrightarrow{AB} \perp OX$; 2) $\overrightarrow{AB} \cap OZ$; 3) $\overrightarrow{AB} \parallel OY$.</p>	
43.	<p>$A(1; 2; 3)$, $B(1; 5; 4)$, $C(4; 5; 3)$. Тогда <u>верно</u>, что...</p> <p>1) $\overrightarrow{BC} \perp OY$; 2) $\overrightarrow{AC} \parallel OZ$; 3) $\overrightarrow{AB} \parallel (ZOY)$.</p>	

44.	Ордината точки A равна 3, ордината точки B равна 6. Длина отрезка AB равна 3. Тогда прямая AB и ось OY ... 1) параллельны; 2) перпендикулярны; 3) скрещиваются.	
45.	$M(x_1; y_1; z_1)$, $K(x_2; y_2; z_2)$. Тогда координаты вектора \vec{KM} <u>равны</u> ... 1) $\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$; 2) $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$; 3) $\left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right\}$.	
46.	$\vec{a} \{m; n; k\}$. Тогда <u>верно</u> , что... 1) $ \vec{a} = \sqrt{m + n + k}$; 2) $ \vec{a} = \sqrt{m^2 + n^2 + k^2}$; 3) $ \vec{a} = \sqrt{mnk}$.	
47.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. <u>Являются</u> компланарными векторы...  1) \vec{AD} , \vec{BA} и $\vec{D_1C_1}$; 2) \vec{BD} , $\vec{DB_1}$ и \vec{AC} ; 3) $\vec{DB_1}$, \vec{AB} и $\vec{DD_1}$.	
48.	Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите компланарные векторы.  1) \vec{AB} , \vec{AD} , $\vec{CC_1}$ 3) \vec{AD} , \vec{BC} , $\vec{BB_1}$ 2) \vec{CB} , \vec{CD} , $\vec{CC_1}$ 4) \vec{CB} , $\vec{BA_1}$, $\vec{AD_1}$	
49.	Известно, что $2\vec{AM} = 3\vec{AB} - \vec{AC}$. Тогда векторы \vec{AM} , \vec{AB} и \vec{AC} <u>являются</u> ... 1) коллинеарными; 2) компланарными; 3) некомпланарными.	
50.	Векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} <u>некомпланарны</u> , если... 1) $\vec{a} = m \cdot \vec{b} + n \cdot \vec{c}$; 2) $\vec{p} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c}$; 3) $\vec{c} = k \cdot \vec{a} + l \cdot \vec{b}$.	
51.	$DABC$ – тетраэдр. O – точка пересечения медиан грани ABD . Тогда $\vec{AC} + \vec{BC} + \vec{DC} = \dots$  1) $\frac{1}{3}\vec{OC}$; 2) $3\vec{CO}$; 3) $-3\vec{CO}$.	

52.	<p>Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M. Точка O – произвольная точка пространства.</p> $\vec{OM} = k (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}).$ <p>Тогда $k = \dots$</p>  <p>1) $\frac{1}{2}$ 2) 2 3) $\frac{1}{4}$</p>	
53.	<p>$DABC$ – тетраэдр, $AB = BC = AC = AD = BD = CD$. Тогда <u>неверно</u>, что...</p>  <p>1) $\angle(\vec{AB}; \vec{DC}) = 90^\circ$; 2) $\angle(\vec{BD}; \vec{CD}) = 60^\circ$; 3) $\angle(\vec{AD}; \vec{BA}) = 60^\circ$.</p>	
54.	<p>$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$. Тогда угол между векторами \vec{a} и \vec{b} ...</p> <p>1) острый; 2) тупой; 3) прямой.</p>	
55.	<p>Какое утверждение <u>верное</u>?</p> <p>1) $\vec{a} \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.</p> <p>2) $\vec{a} \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.</p> <p>3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.</p>	
56.	<p>Скалярное произведение векторов $\vec{a} \{a_1; a_2; a_3\}$ и $\vec{b} \{b_1; b_2; b_3\}$ <u>равно</u>...</p> <p>1) $a_1a_2a_3 + b_1b_2b_3$; 2) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$; 3) $a_1b_2b_3 + b_1a_2b_3 + b_1b_2a_3$</p>	
57.	<p>При каком n данные векторы $\vec{a} (2; -1; 3)$ и $\vec{b} (1; 3; n)$ перпендикулярны:</p> <p>а) $\frac{1}{3}$; 6) $\frac{1}{2}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) -1.</p>	
58.	<p>Дана точка $A (-1; 2; 5)$. Тогда координаты точки – проекции точки A на ось OZ равны...</p>	
59.	<p>Даны точки $M (-1; 2; 3)$ и $B (1; -1; 5)$. Тогда координаты вектора \vec{BM} равны...</p>	
60.	<p>Дан вектор $\vec{a} \{-3; 1; 2\}$ и точка $A (2; -5; 1)$. Найдите координаты точки B, если $\vec{AB} = -2 \vec{a}$.</p>	
61.	<p>$A (-1; 0; 2)$, $B (1; -2; 3)$. Тогда $\vec{AB} = \dots$</p>	
62.	<p>$ABCD$ – параллелограмм, $AC \cap BD = O$. $B (-2; 1; 0)$, $O (0; 1,5; 0)$. Тогда координаты точки D равны...</p>	
63.	<p>Вектор \vec{a} сонаправлен с вектором $\vec{b} \{-2; 2; 1\}$, $\vec{a} = 12$. Тогда координаты вектора \vec{a} равны...</p>	
64.	<p>$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямой параллелепипед, $AA_1 = 2\sqrt{2}$ см. $ABCD$ – квадрат, $AB = 2$ см. Тогда $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1} = \dots$</p>	
65.	<p>Скалярное произведение векторов $\vec{a} \{-2; 1; 3\}$ и $\vec{b} \{-4; 2; -1\}$ равно...</p>	

66.	$\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \{1; -2; 4m\}$, $\vec{b} \{2; 2m+1; -m\}$. Тогда $m = \dots$	
67.	В правильной четырёхугольной пирамиде $FABCD$ все рёбра равны по 2 см. Тогда $\vec{FA} \cdot \vec{AC} = \dots$	
68.	Вычислите угол между векторами $\vec{a} \{2; -2; 0\}$ и $\vec{b} \{3; 0; -3\}$	
69.	Найдите угол между векторами $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{j} - \vec{k}$.	
70.	Угол между векторами \vec{j} и $\vec{a} \{1; -1; \sqrt{2}\}$ равен...	
71.	Даны координаты точек: $A (1; -1; -4)$, $B (-3; -1; 0)$, $C (-1; 2; 5)$, $D (2; -3; 1)$. Тогда косинус угла между прямыми AB и CD равен...	
72.	Найдите сумму координат вершины D параллелограмма $ABCD$, если $A (2; 3; 2)$, $B (0; 2; 4)$, $C (4; 1; 0)$.	
73.	При каких a векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} коллинеарны, если $A(-2; -1; 2)$, $B(4; 3; 6)$, $C(-1; a-1; 1)$, $D(-4; -1; a)$.	
74.	Даны векторы $\vec{a} \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} \{-2; 3; 1\}$ и $\vec{c} \{-3; 2; 1\}$ Найдите $ \vec{a} - \vec{b} $:	
75.	Даны координаты точек $A(-3; 2; 1)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(1; -4; 3)$, $D(-1; 2; -2)$. Найти $ 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD} $.	
76.	Даны векторы $\vec{a} \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} \{0; -5; -2\}$ и $\vec{c} \{2; 1; -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$.	
77.	Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$. $(\vec{a} + \vec{b})\vec{k}$	
78.	Вычислите угол между прямыми AB и CD , если: а) $A (3; -2; 4)$ $B (4; -1; 2)$, $C (6; -3; 2)$, $D (7; -3; 1)$;	
79.	Определите, являются ли компланарными векторы $\vec{a} \{1; 6; 5\}$, $\vec{b} \{3; -2; 4\}$, $\vec{c} \{7; -18; 2\}$.	
Часть 2. (примерные задачи для письменной части итогового теста)		
80.	B кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка O – центр грани $ABCD$. Используя метод координат, найдите: а) угол между прямыми B_1O и C_1D ; б) угол между прямой B_1O и плоскостью AA_1B_1 .	

Часть 3*
(задачи, не входящие в обязательный минимум содержания образования в средней школе)

81.	В прямоугольной системе координат заданы два вектора: $\vec{a} = (2, 1, -3)$, $\vec{b} = (0, -1, 1)$. Найдите их векторное произведение.	
82.	Даны координаты трех векторов в прямоугольной системе координат $\vec{a} = (1, -1, 3)$, $\vec{b} = (-2, 2, 1)$, $\vec{d} = (3, -2, 5)$. Найдите смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{d}$.	
83.	Принадлежат ли точки одной плоскости? $A(2, 3, 1)$, $B(4, 1, -2)$, $C(6, 3, 7)$, $D(-5, -4, 8)$	
84.	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -4 & 7 \end{vmatrix}$	
85.	Компланарны ли векторы $\vec{a} = (2, -1, 2)$, $\vec{b} = (1, 2, -3)$, $\vec{d} = (3, -4, 7)$, заданные в прямоугольной системе координат.	
86.	Найдите координаты вектора нормали плоскости $\sqrt{2}x - 3y + 7z - 11 = 0$	
87.	Найдите общее уравнение плоскости МКР, если $M(0; 2; 4)$, $K(3; 0; -1)$, $P(0; 1; 0)$	
88.	Дано: точка $M(2; 0; 0)$; вектор $\overline{TN} \{-3; 0; 1\}$, вектор $\overline{KP} \{0; 3; -1\}$. Найти: общее уравнение плоскости β , проходящей через точку M , параллельно векторам \overline{TN} и \overline{KP} .	
89.	 <p>В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка O – центр грани $ABCD$. Постройте сечение куба плоскостью α, проходящей через середины рёбер AB и AD параллельно прямой B_1O Используя метод координат, найдите: а) уравнение плоскости α; б) расстояние от точки B_1 до плоскости α.</p>	
90.	Задача № 2. (НГУ ММФ 1987, В 1). Ребро куба $ABCDA'B'C'D'$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA' , BB' , CC' , DD' равно 1, точка M – середина AD . Через середину N отрезка $B'M$ перпендикулярно прямой $B'M$ проведена плоскость α . Найти расстояние от центра куба до плоскости α . 