

**Примерный банк заданий для подготовки к тестированию по математике,
раздел «Геометрия»**

Модуль №6 "Многогранники"

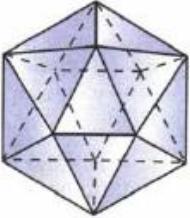
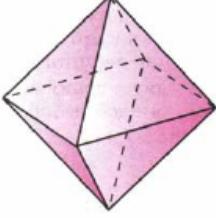
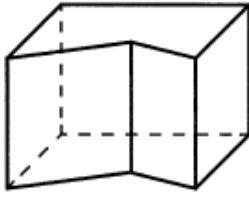
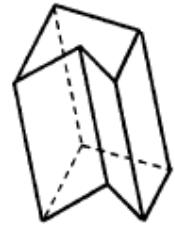
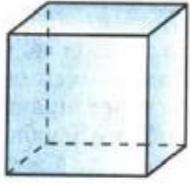
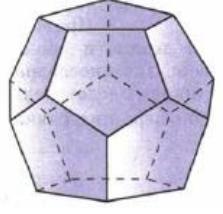
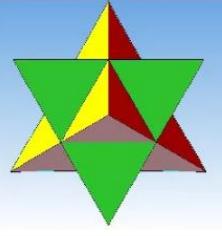
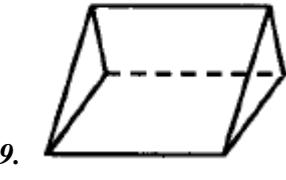
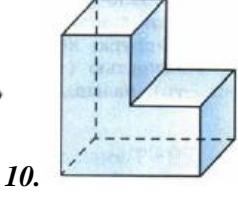
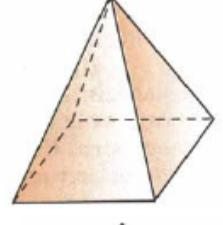
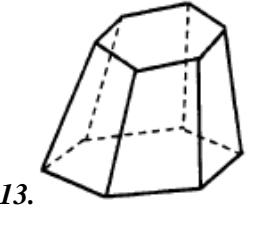
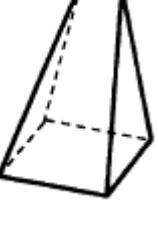
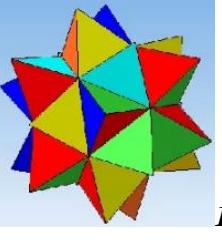
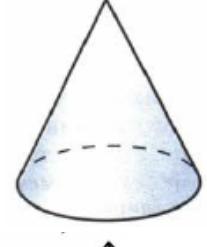
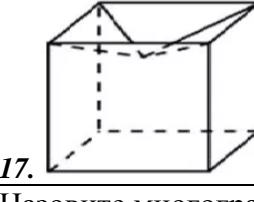
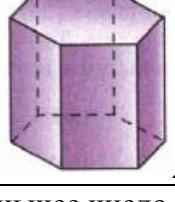
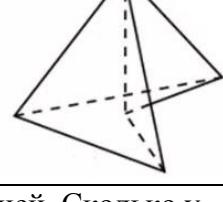
(учебник Атанасян Л.С., профильный уровень)

Глава III. §§1 – 3, п.п. 27 – 37

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

ТЕМА	Обучающийся научится	получит возможность
Многогранники.	Определять понятие многогранника, виды многогранников, их элементы (грани, ребра, вершины, диагонали, высота, основания, боковые грани, полная и боковая поверхности). Определять и узнавать выпуклый и невыпуклый многогранник. Иметь представление о том, что такое секущая плоскость, сечение многогранника. Стоить простейшие сечения многогранников.	Применять полученные знания при решении задач.
Призма.	Определять понятие призмы, её элементов (грани, ребра, вершины, диагонали, высота, основания, боковые грани, полная и боковая поверхности). Распознавать виды призм, прямую, наклонную и правильную призмы. Выводить и использовать формулы площадей боковой и полной поверхностей призмы.	Применять полученные знания при решении задач.
Пирамида.	Определять понятие пирамиды и ее элементов (грани, ребра, вершины, диагонали, высота, основания, боковые грани, апофема, полная и боковая поверхности). Выводить и использовать формулы площадей боковой и полной поверхностей пирамиды. Определять и распознавать по заданным условиям правильную и усеченную пирамиды. Выводить и использовать формулы площадей боковой и полной поверхностей правильной и усеченной пирамиды.	Применять полученные знания при решении задач.
Правильные многогранники.	Владеть понятием и узнавать симметрию в пространстве. Определять и узнавать по заданным условиям и рисункам «правильные многогранники». Распознавать и называть пять видов правильных многогранников, владеть представлениями о свойствах, о количестве рёбер, граней и вершин, о свойствах граней и многогранных углов при вершинах каждого из пяти видов правильных многогранников.	Применять полученные знания при решении задач.

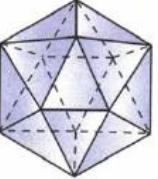
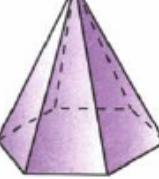
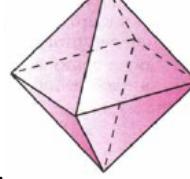
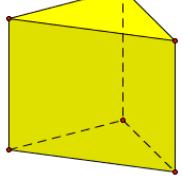
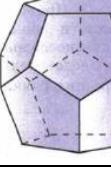
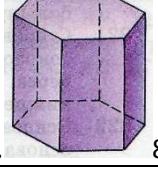
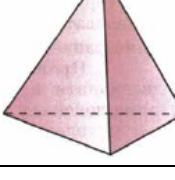
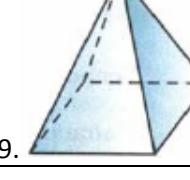
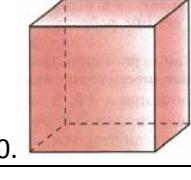
Примерные практические задания:

Многогранник и	1.	Объясните, что такое: а) многогранник? б) поверхность многогранника? в) какой многогранник называется выпуклым?
	2.	Определите, какие из указанных тел являются: а) многогранниками? б) выпуклыми многогранниками? в) призмами? г) пирамидами?
	1.	
	2.	
	3.	
	4.	
	5.	
	6.	
	7.	
	8.	
	9.	
	10.	
	11.	
	12.	
	13.	
	14.	
	15.	
	16.	
	17.	
	18.	
	19.	
	20.	
	3.	Назовите многогранник, имеющий наименьшее число граней. Сколько у него вершин? Рёбер?
	4.	Одна из граней многогранника – пятиугольник. а) Какое наименьшее число рёбер может иметь этот многогранник? б) Какое наименьшее число граней может иметь этот многогранник?
	5.	Начертите многогранник, имеющий а) шесть рёбер; б) восемь рёбер; в) девять рёбер?
	6.	Два тетраэдра имеют общую грань и расположены по разные стороны от неё. Сколько вершин, рёбер и граней в полученном многограннике? Является ли он выпуклым?
	7.	Сколько трехгранных, двугранных и плоских углов а) у тетраэдра?

	б) у параллелепипеда?																																				
8.	Заполните пустые клетки в таблице:																																				
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>№</th><th>Наименование многогранника</th><th>В</th><th>Р</th><th>Г</th><th>Эйлерова характеристика</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>Тетраэдр</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td></td></tr> <tr> <td>2</td><td>Параллелепипед</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>3</td><td>Куб</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>4</td><td><i>n</i> – угольная пирамида</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>5</td><td><i>n</i> – угольная призма</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	№	Наименование многогранника	В	Р	Г	Эйлерова характеристика	1	Тетраэдр	4	6	4		2	Параллелепипед	8				3	Куб					4	<i>n</i> – угольная пирамида					5	<i>n</i> – угольная призма				
№	Наименование многогранника	В	Р	Г	Эйлерова характеристика																																
1	Тетраэдр	4	6	4																																	
2	Параллелепипед	8																																			
3	Куб																																				
4	<i>n</i> – угольная пирамида																																				
5	<i>n</i> – угольная призма																																				
9.	Дан квадрат. На нём, как на основании построены куб и пирамида. Сколько вершин, рёбер и граней в полученном многограннике? Является ли он выпуклым?																																				
10.	Докажите, что не существует многогранника, имеющего семь ребер.																																				
11.	Может ли гранью пятиугранника быть: а) четырехугольник; б) пятиугольник? Ответ поясните на рисунке.																																				
Призма	<p>12. Определите, какие из указанных многогранников являются а) призмами? б) пирамидами?</p> <p>1. 2. 3. 4. </p> <p>5. 6. 7. 8. </p> <p>9. 10. 11. 12. </p> <p>13. Призма изображена на рисунке</p> <p>1) 2) 3) </p> <p>14. Не существует призмы, у которой все грани... 1) ромбы; 2) прямоугольники; 3) треугольники.</p> <p>15. Существует призма, которая имеет 1) 13 рёбер; 2) 14 рёбер; 3) 15 рёбер.</p>																																				

	16.	Призма имеет 30 граней. Какой многогранник лежит в ее основании? Сколько вершин и рёбер у этой призмы?
	17.	В призме 255 рёбер. Найдите количество граней и вершин этой призмы.
	18.	Докажите, что: а) у прямой призмы все боковые грани — прямоугольники; б) у правильной призмы все боковые грани — равные прямоугольники.
	19.	Может ли высота одной из боковых граней наклонной призмы являться и высотой призмы?
	20.	Существует ли призма, у которой: а) боковое ребро перпендикулярно только одному ребру основания? б) только одна боковая грань перпендикулярна к основанию?
	21.	Является ли призма правильной, если все ее ребра равны друг другу
	22.	В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
	23.	Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.
	24.	В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 6 см, а боковое ребро равно 8 см. Найдите расстояние от стороны основания до не пересекающей ее диагонали призмы.
	25.	Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противолежащую вершину нижнего основания.
	26.	Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противолежащую сторону верхнего основания, если диагональ основания равна $4\sqrt{2}$ см.
	27.	Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.
	28.	Через два противолежащих ребра куба проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$ см ² . Найдите ребро куба и его диагональ.
	29.	В правильной n -угольной призме сторона основания равна a и высота равна h . Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы, если: а) $n = 3$, $a = 10$ см, $h = 15$ см; б) $n = 4$, $a = 12$ дм, $h = 8$ дм; в) $n = 6$, $a = 23$ см, $h = 5$ дм; г) $n = 5$, $a = 0,4$ м, $h = 10$ см.
	30.	В прямой треугольной призме стороны основания равны 10, 17 и 21, а высота равна 18. Найдите площадь сечения, проходящего через боковое ребро и меньшую высоту основания.
	31.	В правильной четырёхугольной призме площадь основания равна 144 см ² , а высота равна 14 см. Чему равна длина диагонали этой призмы.
Пирамида	32.	У пирамиды 98 рёбер. Сколько у нее вершин и граней?
	33.	Является ли пирамида правильной, если ее боковыми гранями являются правильные треугольники?
	34.	Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.
	35.	Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 20 см и 36 см, а площадь равна 360 см ² . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

36.	Основанием пирамиды является параллелограмм со сторонами 5 м и 4 м и меньшей диагональю 3 м. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 м. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
37.	Основанием пирамиды является квадрат, одно из боковых ребер перпендикулярно к плоскости основания. Плоскость боковой грани, не проходящей через высоту пирамиды, наклонена к плоскости основания под углом 45° . Наибольшее боковое ребро равно 12 см. Найдите: а) высоту пирамиды; б) площадь боковой поверхности пирамиды.
38.	Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник ABC , у которого $AB = AC = 13$ см, $BC = 10$ см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
39.	Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник ABC , у которого гипотенуза AB равна 29 см, а катет AC равен 21 см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
40.	Основанием пирамиды является прямоугольник, диагональ которого равна 8 см. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы в 30° и 45° . Найдите площадь поверхности пирамиды.
41.	Высота треугольной пирамиды равна 40 см, а высота каждой боковой грани, проведенная из вершины пирамиды, равна 41 см. а) Докажите, что высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в ее основание. б) Найдите площадь основания пирамиды, если его периметр равен 42 см.
42.	Двугранные углы при основании пирамиды равны. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание пирамиды; б) высоты всех боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны; в) площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины пирамиды.
43.	Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 12 см, 10 см и 10 см. Каждая боковая грань пирамиды наклонена к основанию под углом 45° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
44.	В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра пирамиды составляют равные углы с плоскостью основания.
45.	Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом 120° . Боковые ребра образуют с ее высотой, равной 16 см, углы в 45° . Найдите площадь основания пирамиды.
46.	Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник с гипотенузой BC . Боковые ребра пирамиды равны друг другу, а ее высота равна 12 см. Найдите боковое ребро пирамиды, если $BC = 10$ см.
47.	Основанием пирамиды $DABC$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором стороны AB и AC равны, $BC = 6$ см, высота AH равна 9 см. Известно также, что $DA = DB = DC = 13$ см. Найдите высоту пирамиды.
48.	Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция с основаниями 6 см и $4\sqrt{6}$ см и высотой 5 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см. Найдите ее высоту.

	49.	В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a , высота равна H . Найдите: а) боковое ребро пирамиды; б) плоский угол при вершине пирамиды; в) угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды; г) угол между боковой гранью и основанием пирамиды; д) двугранный угол при боковом ребре пирамиды.
	50.	Из данных утверждений выберите верное : а) все ребра правильной пирамиды равны; б) площадь поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему; в) боковые грани усеченной пирамиды – трапеции; г) утверждения а) – в) не верны.
	51.	Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, все грани которой наклонены к основанию под углом 60° , а в основании лежит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 6 см. а) 9 см^2 ; б) 10 см^2 ; в) 12 см^2 ; г) другой ответ.
	52.	В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 5 см, а плоский угол при вершине пирамиды 60° . Найдите боковое ребро пирамиды. а) 6 см; б) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ см; в) 5 см; г) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ см; д) другой ответ.
	53.	Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 5 см, а высота равна $\sqrt{13}$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
	54.	Правильная треугольная пирамида, все ребра которой равны 12 см, пересечена плоскостью, параллельной плоскости основания пирамиды и проходящей через середину ее высоты. Найдите высоту и апофему полученной усеченной пирамиды.
	55.	Площади оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды равны 4 см^2 и 64 см^2 , а боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь диагонального сечения пирамиды.
	56.	В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой. Отрезок CP перпендикулярен плоскости ABC . Как расположена точка M относительно тетраэдра $PABC$, если эта точка: а) равноудалена от всех вершин тетраэдра; б) равноудалена от всех граней тетраэдра?
Правильные многогранники	57.	Укажите, какие из предложенных многогранников являются правильными многогранниками? Назовите их.
	1.	
	2.	
	3.	
	4.	
	5.	
	6.	
	7.	
	8.	
	9.	
	10.	
	58.	Сколько центров симметрии имеет: а) параллелепипед? б) правильная треугольная призма? в) двугранный угол? г) отрезок?
	59.	Сколько осей симметрии имеет а) отрезок? б) правильный треугольник? в) куб?

60.	<p>Сколько плоскостей симметрии имеет:</p> <p><i>а)</i> правильная четырехугольная призма, отличная от куба? <i>б)</i> правильная четырехугольная пирамида? <i>в)</i> правильная треугольная пирамида?</p>
61.	<p>Найдите угол между двумя диагоналями граней куба, имеющими общий конец.</p>
62.	<p>Сторона тетраэдра равна 6 см, а высота $\sqrt{13}$ см. Найдите площадь боковой поверхности тетраэдра.</p>
63.	<p>Высота правильного тетраэдра равна 6 см. Найдите ребро тетраэдра.</p>
64.	<p>Сечение правильного тетраэдра, проходящее через середины четырех его ребер, имеет площадь 9 см^2. Найдите площадь полной поверхности тетраэдра.</p>
65.	<p>Расстояние между двумя противолежащими вершинами правильного октаэдра равно d. Найдите площадь поверхности октаэдра.</p>
66.	<p>Докажите, что центры граней правильного октаэдра являются вершинами куба. Найдите отношение площадей поверхностей октаэдра и куба.</p>
67.	<p>Найдите угол между двумя ребрами правильного октаэдра, которые имеют общую вершину, но не принадлежат одной грани.</p>