

БАНК ЗАДАНИЙ ДЛЯ САЙТА
МАТЕМАТИКА 11.2 класс (базовый уровень)

Тема: «Уравнения и неравенства. Элементы теории вероятностей»

Учащиеся должны знать/понимать:

Понятия равносильных преобразований уравнений, основные способы решения уравнений, понятие равносильности уравнений, шесть способов равносильных преобразований, преобразования уравнений, приводящие данное уравнение к уравнению, равносильному ему на \mathbb{R} , на некотором множестве чисел. Какое уравнение называют уравнением-следствием; основные способы преобразования, приводящие к уравнению-следствию: правила и алгоритм решения возведением уравнения в четную степень, потенцирование логарифмических уравнений, другие преобразования, приводящие к уравнению – следствию. Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению – следствию. Основные понятия равносильности уравнений, возведение уравнения в четную степень.

Понятия равносильных преобразований неравенств, основные способы решения неравенств, понятие равносильности неравенств, девять способов равносильных преобразований, преобразования неравенств, приводящие данное неравенство к неравенству, равносильному ему на \mathbb{R} , на некотором множестве чисел. Какое неравенство называют неравенством-следствием; основные способы преобразования, приводящие к неравенству-следствию: правила и алгоритм решения возведением неравенства в четную степень, потенцирование логарифмических неравенств, другие преобразования, приводящие к неравенству – следствию. Применение нескольких преобразований, приводящих к неравенству – следствию. Основные понятия равносильности неравенств, возведение неравенств в четную степень.

Понятие вероятности события. Свойства вероятностей событий. Примеры процессов и явлений, имеющих случайный характер; вероятность наступления случайного события; таблицы распределения вероятностей; определение и формулы нахождения вероятности события; свойства вероятности событий.

Уметь:

Выполнять равносильные преобразования при решении уравнений, правильно переходить к уравнению-следствию, определять и вычислять посторонние корни, выполнять проверку корней; выполнять равносильный переход на множестве, равносильные преобразования уравнений, другие преобразования при решении уравнений.

Выполнять равносильные преобразования при решении неравенств, правильно переходить к неравенству – следствию, учитывать при решении неравенств область допустимых значений и ограничения на множествах; выполнять равносильный переход на множестве, равносильные преобразования неравенств, другие преобразования при решении неравенств.

Решать простейшие комбинаторные задачи с использованием известных формул

Анализировать, определять тип события (достоверное, невозможное, несовместное); вычислять вероятность события (любого, достоверного, суммы, произведения) на основе подсчета числа исходов.

Решать задачи с использованием первообразной и интеграла:

№	Элементы содержания задания	Ответ
Решите уравнения:		
1.	$\sqrt[3]{2x^2 - 24x - x^3} = 2 - x.$	
2.	$(2x - 3)^7 = (x + 3)^7.$	
3.	$9^{2x^2 - 3x} = 9^{x+6}.$	
4.	$2^{x+5} = 3^x.$	
5.	$\sqrt{x-1} = x-3$	
6.	$\sqrt{2x^2 - x - 5} + x = 1.$	
7.	$\sqrt[10]{x^2 - 4x - 5} = \sqrt[10]{2x^2 - 7x - 9}.$	
8.	$x^2 - 6x + \sqrt[6]{x-3} = \sqrt[6]{x-3} - 8.$	
9.	$\sqrt{2x+5} + \sqrt{x+6} = \sqrt{6x+13}.$	
10.	$\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+5} = \sqrt{6x+6}.$	

11.	$\frac{x^2 + 2x}{x + 3} = \frac{x + 6}{x + 3}$.	
12.	$\lg(x^4 + 2x^2 - 4) = \lg(x^4 + 6x - 8)$.	
13.	$2^{\log_2(x-1)} = x^2 + 2x - 7$.	
14.	$\log_3(2x - 3) + \log_3(x - 12) = 2 \log_3(x - 6)$.	
15.	$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \cos^2 x$.	
16.	Пусть x_0 — корень уравнения $\log_3(x - 1) + \log_3(x - 3) = 1$. Найдите значение выражения $2x_0 + 3$.	
17.	Сколько корней имеет уравнение $(\sin x + \cos x)^2 \cdot \sqrt{1 - x^2} = 0$?	

Решите уравнения:

18.	$\sqrt{x} = \sqrt[3]{2x - 1}$.	
19.	$5^{\log_5(x+1)} = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$.	
20.	$\log_x(16x^2 - 1) = \log_x(x^6 - 1)$.	

Решите неравенства:

21.	$\sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + 4x - 5} < x - 2$.	
22.	$(x + 1)^{15} < (x^2 - 2x - 3)^{15}$.	
23.	$\sqrt[3]{2x^2 - 8x + 15} < \sqrt[3]{x^2 - 3x + 21}$.	
24.	$\left(\frac{2}{7}\right)^{3-x} < \left(\frac{2}{7}\right)^{1-3x}$.	
25.	$\left(\frac{3}{5}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{5}{3}\right)^{x-2}$.	
26.	$3^{\log_3(x+5)} < 2$.	
27.	$\sqrt{3x+1} < 2x-1$.	
28.	$2\sqrt{x+7} > x+1$.	
29.	$\sqrt[4]{x^2-5} < \sqrt[4]{5x+9}$.	
30.	$\log_{0,1}(x^3 + 2x^2 - 2x) > \log_{0,1}(x^3 + 4)$.	
31.	$\log_2(x - 7) > \log_2(8 - x)$.	
32.	$\log_{0,2}(x - 3) + 2 \geq 0$.	
33.	$x^2 - 2x + \sqrt{\sin x} < 3x - 4 + \sqrt{\sin x}$.	

34.	$\log_x(x+3) > \log_x(2x+1).$	
35.	Найдите сумму целых чисел — решений неравенства $\sqrt{x+4} \cdot (2x+5) \geq 0,$ удовлетворяющих условию $x \leq 4.$	

Теория вероятности:

1. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.
2. В каждой связке бананов имеется ровно один банан с наклейкой производителя. Мама купила три связки: в двух связках по 3 банана, а в третьей 4 банана. Ребенок взял первый попавшийся банан из купленных мамой. С какой вероятностью этот банан был с наклейкой производителя?
3. В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 3 учителя начальных классов, 2 – физика, 5 – филологов, 1 математик и 4 – историка. Порядок, в котором учителя проводят открытый урок, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым урок проведет физик или историк?
4. На олимпиаде по социологии участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
5. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 участников из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России?
6. В теннисном турнире принимают участие 61 спортсмен, в том числе 7 российских. Перед началом первого тура участников разбивают на игровые пары с помощью жребия. Найдите вероятность того, что российский теннисист Андрей Чернов не будет играть с теннисистом из России.
7. В теннисном турнире принимают участие 31 спортсмен, в том числе 3 российских. Перед началом первого тура участников разбивают на игровые пары с помощью жребия. Найдите вероятность того, что американский теннисист Пит Сампрас будет играть с теннисистом из России.
8. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 180 новых сумок десять сумок имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
9. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 180 новых сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
10. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет четной.

11. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.
12. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. решит ровно 11 задач.
13. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
14. На экзамене по геометрии школьнику достается один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
15. Крупье вытаскивает наугад из 36-ти карточной колоды 3 карты пиковой масти и 3 карты бубновой масти и кладет их на стол. Какова вероятность, что седьмая вытащенная им карта будет червовой масти? (Колода игральных карт содержит по 9 карт каждой из четырех мастей)
16. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадает орел, во второй – решка).
17. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет не менее двух раз.
18. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « $A = \text{сумма очков равна } 5$ »?
19. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.
20. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 16 очков. Результат округлите до сотых.