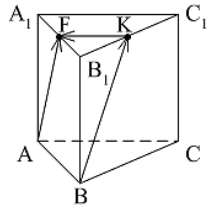
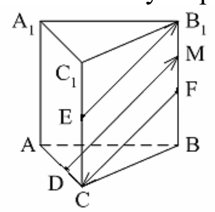
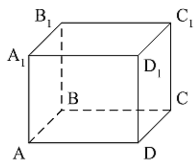
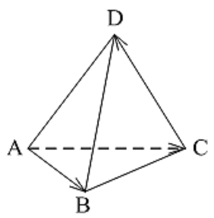
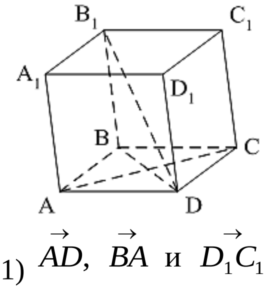
11 класс

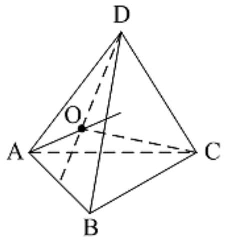
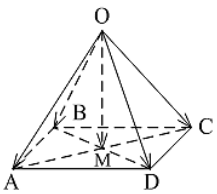
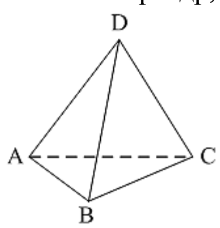
Банк заданий по теме «Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве»

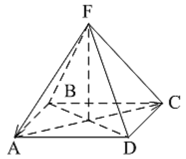
Учащиеся должны знать/понимать:
Понятие вектора, способ его изображения и названия. Определение равенства векторов, их коллинеарности, видов коллинеарности. Правила сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число в пространстве. Определение компланарных векторов, принцип разложения вектора по трем некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда для сложения трех некомпланарных векторов. Понятия угла между векторами, определение и формулу нахождения скалярного произведения векторов, его свойства. Понятия направляющего вектора и вектора нормали к прямой. Составляющие прямоугольной системы координат в пространстве, определение координат вектора в пространстве, связь между координатами векторов и координатами точек в пространстве, действия над векторами в координатах. Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов в пространстве. Иметь представление о простейших задачах в координатах. Формулы расстояния между двумя точками, середины отрезка, скалярного произведения векторов в координатах. Формулу вычисления угла между прямыми через координаты направляющих векторов.
Уметь:
Строить и распознавать векторы различных видов, выполнять действия над векторами, разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Находить длину вектора, его сумму, разность и произведение вектора на число. Находить скалярное произведение векторов по формуле и в координатах, угол между векторами. Применять правило параллелепипеда, формулы для векторов в общем виде и в координатах при решении простейших задач.

1.	Какое утверждение **неверное**? 1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны. 2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены. 3) Любые два равных вектора коллинеарны.	
2.	Какое утверждение **неверное**? 1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны. 2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны. 3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.	
3.	Какое утверждение **верное**? 1) Любые два вектора компланарны. 2) Любые три вектора компланарны. 3) Три нулевых вектора компланарны.	
4.	Какое утверждение **верное**? 1) Если один из трёх векторов нулевой, то векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то один из них нулевой. 3) Если векторы компланарны, то они равны.	
5.	Какое утверждение **неверное**? 1) Коллинеарные векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то они коллинеарны. 3) Векторы компланарны, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.	
6.	$\vec{a}\cdot\vec{b}<0.$ Тогда угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ … 1) острый; 2) тупой; 3) прямой.	
7.	Векторы $\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{KF}$ и $\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MK}-\overrightarrow{EC}$ являются: а) равными; б) нулевыми; в) противоположными; г) сонаправленными.	
8.	В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ AD=8см, AB=9см, AA_1=12см. Найдите длины векторов $\overrightarrow{DD_1}$ и $\overrightarrow{C_1B_1}$	
9.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$- куб. Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{B_1C}-\overrightarrow{C_1D_1}$. а) $\overrightarrow{C_1A_1}$; б) $\overrightarrow{AC}$; в) $\overrightarrow{BD}$; г) нет верного ответа.	
10.	Даны точки *A*, *B*, *C*, *D*, *K*. Известно, что $\vec{BC}=k\cdot\vec{DK}$, $\vec{AC}=z\cdot\vec{CD}$, $\vec{AK}=x\cdot\vec{AB}+y\cdot\vec{AC}$. Тогда **неверно**, что… 1) все точки лежат в одной плоскости; 2) прямые *BC* и *DK* параллельны;	

	3) точки A, C и D не лежат на одной прямой.	
11.	$\vec{AB}=k\cdot\vec{CD},$ причём точки A, B и C не лежат на одной прямой. Прямые AC и BD **не могут** быть… 1) параллельными; 2) пересекающимися; 3) скрещивающимися.	
12.	$ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $A_1F = FB_1$, $B_1K = KC_1$.  Какое утверждение **неверное**? 1) $\vec{KF}=-\frac{1}{2}\vec{AC}$. 2) $\lvert\vec{AF}\rvert=\lvert\vec{BK}\rvert$. 3) $\vec{AF}=\vec{BK}$.	
13.	$ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $CE = EC_1$, $BF = FB_1$, $FM = MB_1$, $AD : DC$ = 3 : 1. Какое утверждение **верное**?  1) $\vec{DM}\uparrow\uparrow\vec{EB_1}$. 2) $\vec{FC}\uparrow\downarrow\vec{DM}$. 3) $\vec{EB_1}\uparrow\downarrow\vec{FC}$.	
14.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. Тогда $\vec{AC}+\vec{BB_1}+\vec{BA}+\vec{D_1B}+\vec{B_1D_1}+\vec{DC}=$ …	
15.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. $\vec{AD}=$ …  1) $\vec{BB_1}+\vec{DC_1}$; 2) $\vec{D_1C_1}-\vec{DC_1}-\vec{D_1A_1}+\vec{BB_1}$; 3) $\vec{AB_1}-\vec{BC}+\vec{BA}-\vec{CC_1}$.	
16.	Векторы $\vec{AC_1}-\vec{AC}-\vec{A_1C_1}$ и $\vec{A_1A}-\vec{CB}+\vec{AB}$ **являются**… 1) равными; 2) противоположными; 3) сонаправленными.	
17.	$DABC$ – тетраэдр. $\vec{AC}=\vec{AB}-\vec{x}-\vec{CD}$. Тогда $\vec{x}=$ …  1) $\vec{DA}$; 2) $\vec{BC}$; 3) $\vec{DB}$.	
18.	Точка M (–2; 3; –7) находится от плоскости XOY на расстоянии, равном… 1) 7; 2) 2; 3) 3.	
19.	Расстояние от точки B(-2;-5; $\sqrt{3}$) до оси OX равно:	

	а) $4\sqrt{3}$; б) $7\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{7}$.	
20.	Дана точка M (2;-3;-4).Найдите точку симметричную ей, относительно начала координат. а) M_1 (-2;3;4); б) M_1 (2;3;4); в) M_1 (-2;-3;4); г) M_1 (-2;-3;4).	
21.	Точка M – середина отрезка AB. Найдите координаты точки M, если A(-6;4;0), B(0;-9; 4)	
22.	Точка E – середина отрезка AB. Найдите координаты точки B, если A(14;-8;5), E(3;-2;-7). а) B(-8;4;-19); б) B(8;-4;-19); в) B(8;-4;-19); г) B(8;4;19).	
23.	. $\vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Тогда вектор m **имеет** координаты… 1) $\vec{m}\{2; 1; 1\}$; 2) $\vec{m}\{-2; 1; 1\}$; 3) $\vec{m}\{2; -1; -1\}$.	
24.	. $\vec{a}\{1; 2; -3\}$, $\vec{b}\{-3; 2; 1\}$, $\vec{c}\{-3; -6; 9\}$. Тогда коллинеарными **будут** векторы… 1) $\vec{a}$ и $\vec{b}$; 2) $\vec{b}$ и $\vec{c}$; 3) $\vec{a}$ и $\vec{c}$.	
25.	Первая и третья координаты ненулевого вектора $\vec{a}$ равны нулю. Тогда **неверно,** что… 1) $\vec{a} \parallel OX$; 2) $\vec{a} \perp OZ$; 3) $\vec{a} \perp (XOZ)$.	
26.	Первая координата ненулевого вектора $\vec{AB}$ равна нулю. Тогда **неверно**, что… 1) $\vec{AB} \perp OX$; 2) $\vec{AB} \cap OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel OY$.	
27.	*A* (1; 2; 3), *B* (1; 5; 4), *C* (4; 5; 3). Тогда **верно**, что… 1) $\vec{BC} \perp OY$; 2) $\vec{AC} \parallel OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel (ZOY)$.	
28.	Ордината точки *A* равна 3, ордината точки *B* равна 6. Длина отрезка *AB* равна 3. Тогда прямая *AB* и ось *OY*… 1) параллельны; 2) перпендикулярны; 3) скрещиваются.	
29.	*M* (x_1; y_1; z_1), *K* (x_2; y_2; z_2). Тогда координаты вектора $\vec{KM}$ **равны**… 1) $\{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$; 2) $\{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}$; 3) $\left\{\frac{x_1 + x_2}{2};\ \frac{y_1 + y_2}{2};\ \frac{z_1 + z_2}{2}\right\}$.	
30.	. $\vec{a}\{m; n; k\}$. Тогда **верно**, что… 1) $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{m+n+k}$; 2) $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{m^2+n^2+k^2}$; 3) $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{mnk}$.	
31.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. **Являются** компланарными векторы…  1) $\vec{AD}$, $\vec{BA}$ и $\vec{D_1C_1}$; 2) $\vec{BD}$, $\vec{DB_1}$ и $\vec{AC}$;	

	3) $\overrightarrow{DB_1}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DD_1}$.	
32.	Известно, что $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Тогда векторы $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ **являются**… 1) коллинеарными; 2) компланарными; 3) некомпланарными.	
33.	Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ **некомпланарны**, если… 1) $\vec{a} = m\cdot\vec{b} + n\cdot\vec{c}$; 2) $\vec{p} = x\cdot\vec{a} + y\cdot\vec{b} + z\cdot\vec{c}$; 3) $\vec{c} = k\cdot\vec{a} + l\cdot\vec{b}$.	
34.	*DABC* – тетраэдр. *O* – точка пересечения медиан грани *ABD*. Тогда $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} =$ …  1) $\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$; 2) $3\overrightarrow{CO}$; 3) $-3\overrightarrow{CO}$.	
35.	Диагонали параллелограмма *ABCD* пересекаются в точке *M*. Точка *O* – произвольная точка пространства. $\overrightarrow{OM} = k\,(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$. Тогда $k =$ …  1) $\frac{1}{2}$ 2) 2 3) $\frac{1}{4}$	
36.	*DABC* – тетраэдр, *AB* = *BC* = *AC* = *AD* = *BD* = *CD*. Тогда **неверно**, что…  1) $\angle(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DC}) = 90°$; 2) $\angle(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{CD}) = 60°$; 3) $\angle(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BA}) = 60°$.	
37.	Какое утверждение **верное**? 1) $\vec{a}\,\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\cos\ (\vec{a}, \vec{b})$. 2) $\vec{a}\,\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\sin\ (\vec{a}, \vec{b})$. 3) $\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert = \vec{a}\,\vec{b}\ \cdot\cos\ (\vec{a}, \vec{b})$.	
38.	Скалярное произведение векторов $\vec{a}\ \{a_1; a_2; a_3\}$ и $\vec{b}\ \{b_1; b_2; b_3\}$ **равно**… 1) $a_1a_2a_3 + b_1b_2b_3$; 2) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$; 3) $a_1b_2b_3 + b_1a_2b_3 + b_1b_2a_3$	
39.	При каком n данные векторы $\vec{a}$ (2;-1;3) и $\vec{b}$ (1;3;n) перпендикулярны:	

	а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) -1.	
40.	Дана точка *A* (–1; 2; 5). Тогда координаты точки – проекции точки *A* на ось *OZ* равны…	
41.	Даны точки *M* (–1; 2; 3) и *B* (1; –1; 5). Тогда координаты вектора $\overrightarrow{BM}$ равны…	
42.	*A* (–1; 0; 2), *B* (1; –2; 3). Тогда $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert =$ …	
43.	*ABCD* – параллелограмм, $AC \cap BD = O.$ *B* (–2; 1; 0), *O* (0; 1,5; 0). Тогда координаты точки *D* равны…	
44.	Вектор $\vec{a}$ сонаправлен с вектором $\vec{b}\left\{-2;\,2;1\right\}$, $\lvert\vec{a}\rvert = 12.$ Тогда координаты вектора $\vec{a}$ равны…	
45.	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямой параллелепипед, $AA_1 = 2\sqrt{2}$ см. *ABCD* – квадрат, *AB* = 2 см. Тогда $\lvert\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\rvert =$ …	
46.	Скалярное произведение векторов $\vec{a}\left\{-2;1;\,3\right\}$ и $\vec{b}\left\{-4;\,2;\,-1\right\}$ равно…	
47.	$\vec{a} \perp \vec{b},\ \vec{a}\left\{1;\,-2;\,4m\right\},\ \vec{b}\left\{2;\,2m+1;\,-m\right\}.$ Тогда $m =$ …	
48.	В правильной четырёхугольной пирамиде *FABCD* все рёбра равны по 2 см. Тогда $\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{AC} =$ … 	
49.	Вычислите угол между векторами $\vec{a}\ \{2;\,-2;\,0\}$ и $\vec{b}\ \{3;\,0;\,-3\}$	
50.	Угол между векторами $\vec{j}$ и $\vec{a}\left\{1;\,-1;\,\sqrt{2}\right\}$ равен…	
51.	Даны координаты точек: *A* (1; –1; –4), *B* (–3; –1; 0), *C* (–1; 2; 5), *D* (2; –3; 1). Тогда косинус угла между прямыми *AB* и *CD* равен…	
52.	Найдите сумму координат вершины Д параллелограмма АВСД, если А (2;3;2), В (0;2;4), С (4;1;0).	
53.	При каких a векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны, если А(-2;-1;2), В(4;3;6), С(-1;a-1;1), Д(-4;-1;a).	
54.	**Даны векторы** $\vec{a}\ \{3;\,-2;\,1\}$, $\vec{b}\ \{-2;\,3;\,1\}$ **и** $\vec{c}\ \{-3;\,2;\,1\}$ Найдите $\lvert\vec{a}\rvert - \lvert\vec{b}\rvert$;	
55.	Даны координаты точек A(-3;2;1), B (-1;2;1), C (1;-4;3), D (-1;2;-2). Найти $\left\lvert 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD}\right\rvert$.	
56.	**Даны векторы** $\vec{a}\ \{-1;\,2;\,0\}$, $\vec{b}\ \{0;\,-5;\,-2\}$ **и** $\vec{c}\ \{2;\,1;\,-3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$.	
57.	**Даны векторы** $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ **и** $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$. $(\vec{a} + \vec{b})\vec{k}$	
58.	Вычислите угол между прямыми *AB* и *CD*, если: а) *A* (3; –2; 4) **B (4; –1; 2), C (6; –3; 2), D (7; –3; 1)**;	