

**Банк заданий по теме
«ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ. ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ. ПРЕДЕЛЫ»
МАТЕМАТИКА 10 класс (технологический профиль)**

Учащиеся должны знать/понимать:

Перестановки, размещения, сочетания. Приемы решений простых комбинаторных задач с использованием известных формул комбинаторики.

Понятие вероятности события. Свойства вероятностей событий. Примеры процессов и явлений, имеющих случайный характер; вероятность наступления случайного события; таблицы распределения вероятностей; определение и формулы нахождения вероятности события; свойства вероятности событий.

Понятия области определения и области значений функций, чётности-нечётности функции, ее периодичности, понятие и признаки монотонности функции, нулей функции, их знакопостоянства.

Основные типы элементарных функций, общий вид формул, их задающих, вид и расположение графиков элементарных функций с учетом их параметров, виды преобразований графиков функций, общий вид формулы, задающей определенное преобразование.

Понятие и вид сложной функции.

Понятия предела последовательности, предела функции, бесконечно малой и бесконечно большой функций, свойства пределов функций, первый и второй замечательные пределы, основные приемы вычисления пределов, правила и приемы раскрытия неопределенностей.

Уметь:

Решать простейшие комбинаторные задачи с использованием известных формул

Анализировать, определять тип события (достоверное, невозможное, несовместное); вычислять вероятность события (любого, достоверного, суммы, произведения) на основе подсчета числа исходов.

Аналитически и графически находить область определения и область значений, определять чётность – нечётность, находить промежутки монотонности и знакопостоянства, строить, читать и преобразовывать графики функций, распознавать по формуле вид преобразования графика.

Раскладывать сложные функции по элементарным, составлять из элементарных функций сложные.

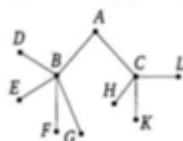
Вычислять элементарные пределы функций, находить пределы неопределенностей типа $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$, $\left[\frac{0}{0} \right]$, $[\infty - \infty]$ для рациональных дробей и иррациональных выражений, вычислять пределы с использованием первого и второго замечательных пределов

№	Задание	Ответ
	<i>Элементы теории вероятностей</i>	
	<ol style="list-style-type: none"> 1) В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам. 2) В каждой связке бананов имеется ровно один банан с наклейкой производителя. Мама купила три связки: в двух связках по 3 банана, а в третьей 4 банана. Ребенок взял первый попавшийся банан из купленных мамой. С какой вероятностью этот банан был с наклейкой производителя? 3) В этапе конкурса «Учитель года» принимают участие 3 учителя начальных классов, 2 – физика, 5 – филологов, 1 математик и 4 – историка. Порядок, в котором учителя проводят открытый урок, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым урок проведет физик или историк? 4) На олимпиаде по социологии участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории. 5) Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 участников из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России? 6) В теннисном турнире принимают участие 61 спортсмен, в том числе 7 российских. Перед началом первого тура участников разбивают на игровые пары с помощью жребия. Найдите вероятность того, что российский теннисист Андрей Чернов не будет играть с теннисистом из России. 7) В теннисном турнире принимают участие 31 спортсмен, в том числе 3 российских. Перед началом первого тура участников разбивают на игровые пары с помощью жребия. Найдите вероятность того, что американский 	

- теннисист Пит Сампрас будет играть с теннисистом из России.
- 8) Фабрика выпускает сумки. В среднем из 180 новых сумок десять сумок имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
 - 9) Фабрика выпускает сумки. В среднем из 180 новых сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
 - 10) На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет четной.
 - 11) Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.
 - 12) Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. решит ровно 11 задач.
 - 13) Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
 - 14) На экзамене по геометрии школьнику достается один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
 - 15) Крупье вытаскивает наугад из 36-ти карточной колоды 3 карты пиковой масти и 3 карты бубновой масти и кладет их на стол. Какова вероятность, что седьмая вытащенная им карта будет червовой масти? (Колода игральных карт содержит по 9 карт каждой из четырех мастей)
 - 16) В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадает орел, во второй – решка).
 - 17) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет не менее двух раз.
 - 18) Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « A =сумма очков равна 5»?
 - 19) В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.
 - 20) В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 16 очков. Результат округлите до сотых.
 - 21) В классе 26 человек, среди них два близнеца – Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.
 - 22) Два завода выпускают одинаковые автомобильные предохранители. Первый завод выпускает 40% предохранителей, второй – 60%. Первый завод выпускает 4% бракованных предохранителей, а второй – 3%. Найдите вероятность того, что случайно выбранный предохранитель окажется бракованным.
 - 23) Лампы определенного типа выпускают только два завода. Среди продукции первого завода 2% бракованных ламп, среди продукции второго – 3%. Известно, что при случайном выборе вероятность купить неисправную лампу этого типа равна 0,024. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа произведена на первом заводе.
 - 24) Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
 - 25) Вероятность того, что взятая наугад деталь из некоторой партии деталей, будет бракованной равна 0,2. Найти вероятность того, что из трех взятых деталей 2 окажутся не бракованными.
 - 26) Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить,

какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

- 27) Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.
- 28) В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причем погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.
- 29) Павел Иванович совершает прогулку из точки А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку; не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадет в точку G.



- 30) Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализ у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
- 31) Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку – 0,8, по иностранному языку – 0,7 и по обществознанию – 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.
- 32) Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.
- 33) Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
- 34) В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

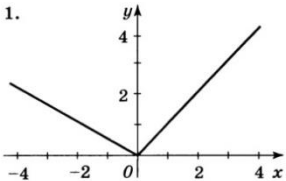
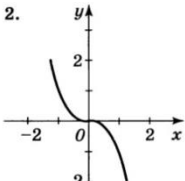
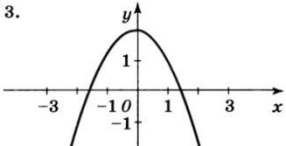
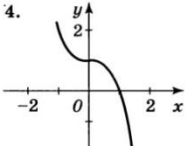
Найдите область определения функции:

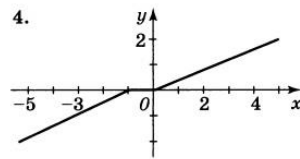
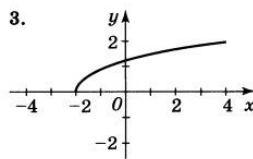
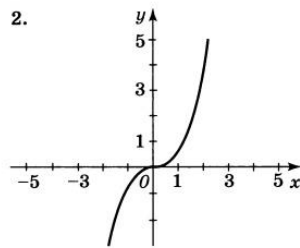
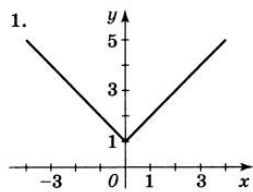
а) $y = \log_5 \frac{4 - x^2}{x - 1}$

б) $y = \sqrt{2^x - 8}$

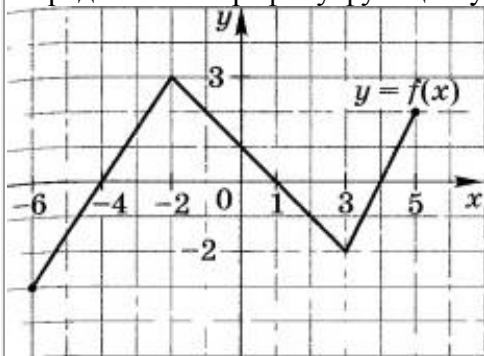
в) $y = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$

г) $y = \log_2(x^2 - 3x + 7)$

д)	$y = \frac{\sqrt{36-x^2}}{\log_{22}(x+6)}$		
е)	$y = \sqrt{5^{3x+1} - 1}$ Укажите номер правильного ответа 1. $(-\infty; -\frac{1}{3}]$ 2. $[\frac{1}{3}; +\infty)$ 3. $[-\frac{1}{3}; +\infty)$ 4. $(-\infty; \frac{1}{3})$		
ж)	$y = \log_{0,3}(6x-3x^2)$ Укажите номер правильного ответа 1. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ 3. $(2; +\infty)$ 2. $(-2; +\infty)$ 4. $(0; 2)$		
Оцените область значений $E(y)$ функции $y = \frac{24}{\sqrt{100-x^2}}$, если $x \in [-6; 8]$			
Найдите наибольшее значение функции $y = \log_5(3 + 4x - 2x^2)$.			
Какая из данных функций возрастает (строго монотонна) на всей ее области определения 1. $y = 2^x$ 2. $y = x^2$ 3. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 4. $y = \cos x$			
Какая из данных функций убывает (строго монотонно) на всей ее области определения 1. $y = (\frac{1}{3})^x$ 2. $y = \operatorname{tg} x$ 3. $y = \sin x$ 4. $y = -x^2$			
Исследуйте на четность-нечетность функцию:			
а)	$y = 8x^5 + 10x^3 - x$		
б)	$y = 13x^8 - 3x^4 - 11$		
в)	$y = \frac{13x}{(x-23)(x+23)}$		
г)	$y = \sin 4x + 4x^{2015}$		
д)	$y = \frac{1}{x-100} - \frac{1}{x+200}$		
На каком рисунке изображен график четной функции			
1.		2.	
3.		4.	
На каком рисунке изображен график нечетной функции			



Определите по графику функции $y=f(x)$



а) ее промежутки монотонности

б) ее промежутки знакопостоянства

Определите промежутки знакопостоянства функции

а) $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$

б) $f(x) = \frac{(x+7)(x-5)}{x^2 - 6x + 9}$

в) $f(x) = \frac{x}{5} - 1$

г) $f(x) = \frac{12}{x} - 4$

Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x < 0, \\ 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ -x + 6, & \text{если } 2 < x \leq 6 \end{cases}$$

Укажите:

а) область определения функции

б) область значений функции

в) промежутки строгого возрастания функции

г) промежутки строгого убывания функции

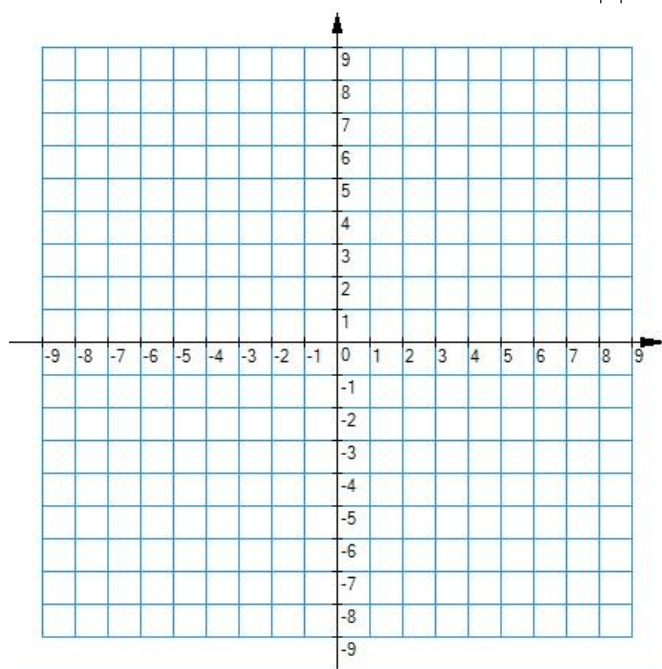
д) промежутки неубывания функции

е) промежутки невозрастания функции

ж) промежутки знакопостоянства функции

Построить в одной системе координат графики функций

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad f(x) = \frac{1}{x-2} + 1, \quad f(x) = \left| \frac{1}{x-2} + 1 \right|, \quad f(x) = \frac{1}{|x-2} + 1$$



Выпишите основные элементарные функции $f(x)$ и $g(x)$, с помощью которых задана сложная функция

$$f(g(x)) = (\sin x)^{10}$$

Выпишите основные элементарные функции $f(x)$, $g(x)$ и $\varphi(x)$, с помощью которых задана сложная функция

$$f(g(\varphi(x))) = \log_5(\sin x^3)$$

Даны элементарные функции $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $\varphi(x) = 5^x$.
Запишите сложную функцию:

а) $f(\varphi(x))$

б) $\varphi(f(x))$

в) $\varphi(g(x))$

г) $f(g(x))$

д) $f(g(\varphi(x)))$

е) $\varphi(g(f(x)))$

Вычислить предел:

а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 10}{x - 2}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - 17}{7 + 2x}$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{470}{13x^2} \right)$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 11x + 28}{3x^2 + 8x - 12}$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 11x + 22}{2x^3 + 5x - 11}$

е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 13x + 23}{4x^2 + 15x - 21}$

ж)	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$	
з)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$	
и)	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4}$	
к)	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 27}$	
л)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{6x}$	
м)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x}$	
н)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{x}$	
о)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x}$	
п)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 4x}$	
р)	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$	
с)	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$	
т)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4x}\right)^x$	
у)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^x$	