

Материалы для сайта по математике (алгебра) 10 класс
 Тема «Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения»
 Учитель: Данилова А.Р., Дорогина Ж.А.

ТЕМА	Знать	Уметь
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ.	Определение функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики.	Строить графики функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$; определять промежутки возрастания и убывания функций; сравнивать функции; читать графики построенных функций.
Тригонометрические уравнения	<p>Простейшие тригонометрические уравнения: какие уравнения называют простейшими тригонометрическими, приемы решения тригонометрических уравнений. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Применение основных тригонометрических формул, формул сложения и других формул для решения уравнений. Приемы понижения кратности угла и понижения степени уравнения. Однородные уравнения. Какое уравнение называют тригонометрическим однородным. Простейшие неравенства для синуса и косинуса. Простейшие неравенства для тангенса и котангенса. Способы решения тригонометрических неравенств; однородных тригонометрических уравнений и неравенств. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой переменного. Введение вспомогательного угла. Замена неизвестного $t = \sin x + \cos x$.</p>	Решать простейшие тригонометрические уравнения; применять метод замены неизвестного; применять основные тригонометрические формулы для решения уравнений; решать однородные тригонометрические уравнения; решать неравенства, опираясь на графики, на единичную окружность; использовать знания для построения простейших математических моделей; решать неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)

1. Вычислите значение выражений

1. $\arcsin 0$

12. $\arcsin -\frac{1}{2} + \arccos 1$

2. $\arccos 1$

13. $\cos (\arccos 1)$

3. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$

14. $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

4. $\arccos 3$

15. $\arcsin \left(\sin \frac{\pi}{4} \right)$

5. $\arcsin (-1)$

16. $\arccos \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$

6. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

17. $\cos \left(\arcsin \left(-\frac{1}{3} \right) \right)$

7. $\operatorname{arctg} 0$

8. $\operatorname{arctg} 1$

18. $\operatorname{tg} \left(\arccos \left(-\frac{1}{4} \right) \right)$

9. $\operatorname{arctg} (-\sqrt{3})$

10. $\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$

19. $\sin (\operatorname{arctg}(-2))$

2. Решите простейшие тригонометрические уравнения:

1. $\sin t = 0$

2. $\operatorname{tg} t = 1$

3. $\cos t = 1$

4. $\sin t = -1$

5. $\operatorname{ctg} t = 0$

6. $\sin (-t) = 1$

7. $\cos (-t) = -1$

8. $\cos t = 2$

9. $\operatorname{ctg} t - \sqrt{3} = 0$

10. $2 \sin t + 5 = 0$

11. $2 \cos t = \sqrt{2}$

12. $2 \sin t + 1 = 0$

13. $\cos \left(2t + \frac{\pi}{4} \right) = 0$

3.

Решите уравнение (1—4).

1. а) $\sin x = -1$; б) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\sin x = -\frac{1}{2}$; г) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. а) $\operatorname{tg} x = 1$; б) $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$; в) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. а) $\sin x = -\frac{1}{7}$; б) $\cos x = \frac{1}{8}$; в) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{2}$; г) $\cos x = -\frac{\pi}{2}$.

4. $2\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} \sin x \cos x - \cos x - 2 = 0$.

4. Решите уравнения:

а) $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$; б) $3 \cos^2 x - \sin x + 1 = 0$.

а) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$;

б) $\sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$.

а) $\sin x = -0,6$; б) $\cos x = \frac{2}{3}$; в) $\operatorname{tg} x = -4$.

5. Решите уравнения:

а) $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$; б) $3 \sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0$.

а) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$;

б) $\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$.

а) $\cos x = -0,7$; б) $\sin x = \frac{1}{4}$; в) $\operatorname{tg} x = 5$.

6.

Решите уравнение (1—5).

1. $\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. 2. $\sin^2 x - 5 \sin x - 6 = 0$.

3. $3 \cos^2 \pi x + 4 \cos \pi x - 7 = 0$. 4. $\operatorname{tg} x + \frac{4}{3 \operatorname{tg} x + 2} + 5 = 0$.

5. $\operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg}^2 x - 9 \operatorname{ctg} x - 9 = 0$.

7.

Решите уравнение (1—5).

1. $2 \sin^2 \pi x - \cos \pi x - 1 = 0$. 2. $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos 2x = 0,5$.

3. $\cos 2x + 3 \cos x - 1 = 0$. 4. $\cos(1,5\pi + 2x) - \cos x = 0$.

5. $\cos\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) \cos x + \sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

8.

Решите уравнение (1—4).

1. $2 \sin x - 3 \cos x = 0$.

2. $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 0$.

3. $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$.

4. $2 \cos^2 x + 4 \sin x \cos x = -1$.

5. Определите все a , при каждом из которых уравнение

$$\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + a \cos^2 x = 0$$

не имеет решения.