

10.1 класс (технологический профиль)

2018 – 2019 уч. год.

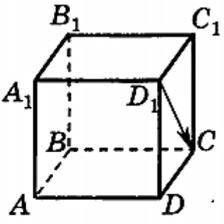
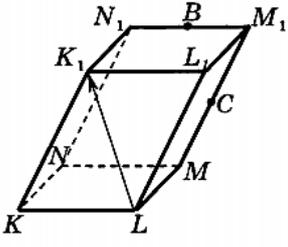
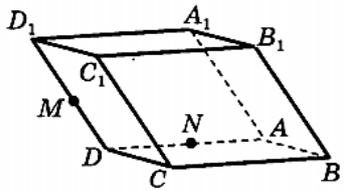
Геометрия. УМК Атанасян Л.С. Модуль 8.

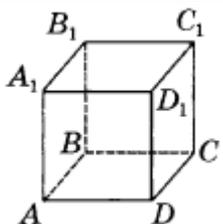
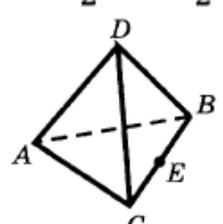
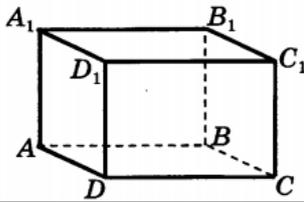
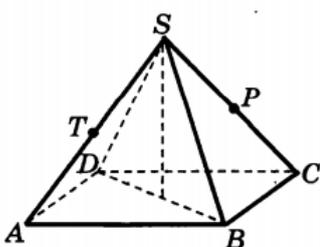
Тема модуля: **«Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве»**

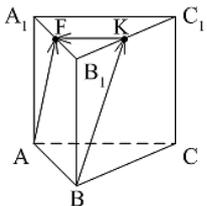
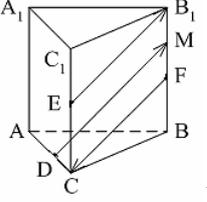
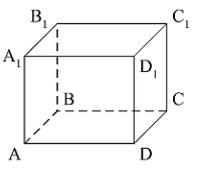
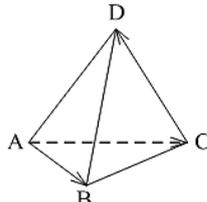
В процессе изучения данного модуля ученик научится/получит возможность:

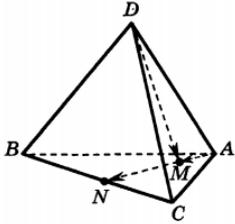
1. Определять понятие вектора, способы его изображения и названия; длину (абсолютную величину, модуль) вектора, равные векторы, противоположные векторы, коллинеарные векторы, виды коллинеарности; компланарные векторы; угла между векторами; свойства действий над векторами; скалярное произведение векторов, понятия направляющего вектора и вектора нормали к прямой; координат вектора в пространстве радиус-вектора, направляющего вектора, вектора нормали к прямой и плоскости.
2. Строить и распознавать векторы различных видов, выполнять действия над векторами, разложение вектора по трем некомпланарным векторам.
3. Понимать принцип разложения вектора по трем некомпланарным векторам.
4. Применять правила сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число в пространстве, применять правило параллелепипеда для сложения трех некомпланарных векторов.
5. Воспроизводить формулу нахождения скалярного произведения векторов, использовать его свойства.
6. Называть составляющие прямоугольной системы координат в пространстве, воспроизводить и применять формулу связи между координатами векторов и координатами точек в пространстве, выполнять действия над векторами в координатах.
7. Понимать и применять необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов в пространстве.
8. Иметь представление о простейших задачах в координатах. Находить длину вектора, его сумму, разность и произведение вектора на число. Находить скалярное произведение векторов по формуле и в координатах, угол между векторами.
9. Применять при решении задач формулы расстояния между двумя точками, середины отрезка, скалярного произведения векторов в координатах; формулу вычисления угла между прямыми через координаты направляющих векторов.
10. Применять правило параллелепипеда, формулы для векторов в общем виде и в координатах при решении простейших задач.
11. Отбирать и применять элементарные приемы векторно-координатного метода решения стереометрических задач.

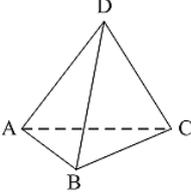
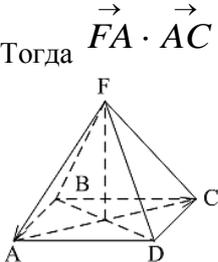
Примерные практические задания.

1.	<p>Какое утверждение неверное?</p> <p>1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны. 2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены. 3) Любые два равных вектора коллинеарны.</p>	
2.	<p>Какое утверждение неверное?</p> <p>1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны. 2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны. 3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.</p>	
3.	<p>Какое утверждение верное?</p> <p>1) Любые два вектора компланарны. 2) Любые три вектора компланарны. 3) Три нулевых вектора компланарны.</p>	
4.	<p>Какое утверждение верное?</p> <p>1) Если один из трёх векторов нулевой, то векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то один из них нулевой. 3) Если векторы компланарны, то они равны.</p>	
5.	<p>Какое утверждение неверное?</p> <p>1) Коллинеарные векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то они коллинеарны. 3) Векторы компланарны, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.</p>	
6.	<p>Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите вектор, равный вектору $\overrightarrow{D_1 C}$.</p>  <p>1) $\overrightarrow{A_1 D}$ 2) $\overrightarrow{A_1 B}$ 3) \overrightarrow{AC} 4) $\overrightarrow{DC_1}$</p>	
7.	<p>Точки B и C — середины рёбер $M_1 N_1$ и $M_1 M$ параллелепипеда $KLMNK_1 L_1 M_1 N_1$. Укажите вектор противоположно направленный вектору $\overrightarrow{LK_1}$.</p>  <p>1) $\overrightarrow{MN_1}$ 2) \overrightarrow{BC} 3) $\overrightarrow{KL_1}$ 4) \overrightarrow{CB}</p>	
8.	<p>Точки M и N — середины рёбер DD_1 и AD параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите неверное утверждение.</p>  <p>1) \overrightarrow{BC} и $\overrightarrow{A_1 D_1}$ равны 2) \overrightarrow{NM} и $\overrightarrow{BC_1}$ сонаправлены 3) $\overrightarrow{A_1 D}$ и $\overrightarrow{D_1 A}$ противоположные 4) \overrightarrow{MN} и $\overrightarrow{BC_1}$ коллинеарны</p>	

9.	<p>Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед, $AD = 8$ см, $AB = 9$ см, $AA_1 = 12$ см.</p> <p>Найти: а) $\overrightarrow{CC_1}$, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}; б) $\overrightarrow{DC_1}$, \overrightarrow{DB}, $\overrightarrow{DB_1}$.</p>	
10.	 <p>В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите разность векторов</p> <p>а) $\overrightarrow{C_1 B} - \overrightarrow{C_1 D}$; б) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB_1}$.</p>	
11.	<p>В правильном тетраэдре $DABC$ точка E – середина ребра BC. Найдите векторы:</p> <p>а) $\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$; б) $\frac{1}{2} \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.</p> 	
12.	<p>В тетраэдре $ABCD$ точки M, N и K – середины ребер AC, BC и CD соответственно, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $BD = 5$ см. Найдите длины векторов:</p> <p>а) \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BN}, \overrightarrow{NK};</p> <p>б) \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{NC}, \overrightarrow{KN}.</p>	
13.	<p>Векторы $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{KF}$ и $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{EC}$ являются:</p> <p>а) равными; б) нулевыми; в) противоположными; г) сонаправленными.</p>	
14.	<p>Упростите выражение $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{KF} + \overrightarrow{AD}$.</p>	
15.	<p>Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите вектор $\vec{a} = \overrightarrow{DA_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$, началом и концом которого служат вершины данного параллелепипеда.</p> 	
16.	<p>Все рёбра правильной пирамиды $SABCD$ равны 2, точки T и P – середины рёбер AS и CS. Найдите длину вектора, равного сумме векторов $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TP}$.</p> 	
17.	<p>В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AD=8$ см, $AB=9$ см, $AA_1=12$ см. Найдите длины векторов $\overrightarrow{DD_1}$ и $\overrightarrow{C_1 B_1}$</p>	
18.	<p>$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1 C} - \overrightarrow{C_1 D_1}$.</p> <p>а) $\overrightarrow{C_1 A_1}$; б) \overrightarrow{AC}; в) \overrightarrow{BD}; г) нет верного ответа.</p>	

19.	<p>Даны точки A, B, C, D, K. Известно, что $\vec{BC} = k \cdot \vec{DK}$, $\vec{AC} = z \cdot \vec{CD}$, $\vec{AK} = x \cdot \vec{AB} + y \cdot \vec{AC}$.</p> <p>Тогда неверно, что...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) все точки лежат в одной плоскости; 2) прямые BC и DK параллельны; 3) точки A, C и D не лежат на одной прямой. 	
20.	<p>$\vec{AB} = k \cdot \vec{CD}$, причём точки A, B и C не лежат на одной прямой. Прямые AC и BD не могут быть...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) параллельными; 2) пересекающимися; 3) скрещивающимися. 	
21.	<p>$ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $A_1F = FB_1, B_1K = KC_1$.</p>  <p>Какое утверждение неверное?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\vec{KF} = -\frac{1}{2} \vec{AC}$. 2) $\vec{AF} = \vec{BK}$. 3) $\vec{AF} = \vec{BK}$. 	
22.	<p>$ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $CE = EC_1, BF = FB_1, FM = MB_1, AD : DC = 3 : 1$.</p> <p>Какое утверждение верное?</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1) $\vec{DM} \uparrow \uparrow \vec{EB}_1$. 2) $\vec{FC} \uparrow \downarrow \vec{DM}$. 3) $\vec{EB}_1 \uparrow \downarrow \vec{FC}$. 	
23.	<p>$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед.</p> <p>Тогда $\vec{AC} + \vec{BB}_1 + \vec{BA} + \vec{D}_1 B + \vec{B}_1 D_1 + \vec{DC} = \dots$</p>	
24.	<p>$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед. $\vec{AD} = \dots$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1) $\vec{BB}_1 + \vec{DC}_1$; 2) $\vec{D}_1 C_1 - \vec{DC}_1 - \vec{D}_1 A_1 + \vec{BB}_1$; 3) $\vec{AB}_1 - \vec{BC} + \vec{BA} - \vec{CC}_1$. 	
25.	<p>Векторы $\vec{AC}_1 - \vec{AC} - \vec{A}_1 C_1$ и $\vec{A}_1 A - \vec{CB} + \vec{AB}$ являются...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) равными; 2) противоположными; 3) сонаправленными. 	
26.	<p>$DABC$ – тетраэдр. $\vec{AC} = \vec{AB} - x - \vec{CD}$. Тогда $x = \dots$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1) \vec{DA}; 2) \vec{BC}; 3) \vec{DB}. 	

32.	Точка N — середина ребра BC тетраэдра $DABC$, $M \in AN$, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$. Выразите вектор \overrightarrow{DM} через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AD}$.	
		
33.	$ABCA_1B_1C_1$ — призма. Укажите точку M , если: а) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{A_1C_1}$; б) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1A} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{AA_1}$; в) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{B_1C_1}$.	
34.	Точка $M(-2; 3; -7)$ находится от плоскости XOY на расстоянии, равном... 1) 7; 2) 2; 3) 3.	
35.	Расстояние от точки $B(-2; -5; \sqrt{3})$ до оси OX равно: а) $4\sqrt{3}$; б) $7\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{7}$.	
36.	Дана точка $M(2; -3; -4)$. Найдите точку симметричную ей, относительно начала координат. а) $M_1(-2; 3; 4)$; б) $M_1(2; 3; 4)$; в) $M_1(-2; -3; 4)$; г) $M_1(-2; -3; -4)$.	
37.	Точка M — середина отрезка AB . Найдите координаты точки M , если $A(-6; 4; 0)$, $B(0; -9; 4)$	
38.	Точка E — середина отрезка AB . Найдите координаты точки B , если $A(14; -8; 5)$, $E(3; -2; -7)$. а) $B(-8; 4; -19)$; б) $B(8; -4; -19)$; в) $B(8; -4; 19)$; г) $B(8; 4; 19)$.	
39.	$\vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Тогда вектор \vec{m} имеет координаты... 1) $\vec{m} \{2; 1; 1\}$; 2) $\vec{m} \{-2; 1; 1\}$; 3) $\vec{m} \{2; -1; -1\}$.	
40.	$\vec{a} \{1; 2; -3\}$, $\vec{b} \{-3; 2; 1\}$, $\vec{c} \{-3; -6; 9\}$. Тогда коллинеарными будут векторы... 1) \vec{a} и \vec{b} ; 2) \vec{b} и \vec{c} ; 3) \vec{a} и \vec{c} .	
41.	Первая и третья координаты ненулевого вектора \vec{a} равны нулю. Тогда неверно , что... 1) $\vec{a} \parallel OX$; 2) $\vec{a} \perp OZ$; 3) $\vec{a} \perp (XOZ)$.	
42.	Первая координата ненулевого вектора \vec{AB} равна нулю. Тогда неверно , что... 1) $\vec{AB} \perp OX$; 2) $\vec{AB} \cap OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel OY$.	
43.	$A(1; 2; 3)$, $B(1; 5; 4)$, $C(4; 5; 3)$. Тогда верно , что... 1) $\vec{BC} \perp OY$; 2) $\vec{AC} \parallel OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel (ZOY)$.	
44.	Ордината точки A равна 3, ордината точки B равна 6. Длина отрезка AB равна 3. Тогда прямая AB и ось OY ... 1) параллельны; 2) перпендикулярны; 3) скрещиваются.	
45.	$M(x_1; y_1; z_1)$, $K(x_2; y_2; z_2)$. Тогда координаты вектора \vec{KM} равны ... 1) $\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$; 2) $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$; 3) $\left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right\}$.	

53.	<p>$DABC$ – тетраэдр, $AB = BC = AC = AD = BD = CD$. Тогда неверно, что...</p>  <p>1) $\angle(\vec{AB}; \vec{DC}) = 90^\circ$; 2) $\angle(\vec{BD}; \vec{CD}) = 60^\circ$; 3) $\angle(\vec{AD}; \vec{BA}) = 60^\circ$.</p>	
54.	<p>$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$. Тогда угол между векторами \vec{a} и \vec{b} ...</p> <p>1) острый; 2) тупой; 3) прямой.</p>	
55.	<p>Какое утверждение верное?</p> <p>1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\angle(\vec{a}, \vec{b}))$.</p> <p>2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin(\angle(\vec{a}, \vec{b}))$.</p> <p>3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\angle(\vec{a}, \vec{b}))$.</p>	
56.	<p>Скалярное произведение векторов $\vec{a} \{a_1; a_2; a_3\}$ и $\vec{b} \{b_1; b_2; b_3\}$ равно...</p> <p>1) $a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3$;</p> <p>2) $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$;</p> <p>3) $a_1 b_2 b_3 + b_1 a_2 b_3 + b_1 b_2 a_3$</p>	
57.	<p>При каком n данные векторы $\vec{a} (2; -1; 3)$ и $\vec{b} (1; 3; n)$ перпендикулярны:</p> <p>а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) -1.</p>	
58.	<p>Дана точка $A (-1; 2; 5)$. Тогда координаты точки – проекции точки A на ось OZ равны...</p>	
59.	<p>Даны точки $M (-1; 2; 3)$ и $B (1; -1; 5)$. Тогда координаты вектора \vec{BM} равны...</p>	
60.	<p>Дан вектор $\vec{a} \{-3; 1; 2\}$ и точка $A (2; -5; 1)$. Найдите координаты точки B, если $\vec{AB} = -2\vec{a}$.</p>	
61.	<p>$A (-1; 0; 2)$, $B (1; -2; 3)$. Тогда $\vec{AB} = \dots$</p>	
62.	<p>$ABCD$ – параллелограмм, $AC \cap BD = O$. $B (-2; 1; 0)$, $O (0; 1,5; 0)$. Тогда координаты точки D равны...</p>	
63.	<p>Вектор \vec{a} сонаправлен с вектором $\vec{b} \{-2; 2; 1\}$, $\vec{a} = 12$. Тогда координаты вектора \vec{a} равны...</p>	
64.	<p>$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямой параллелепипед, $AA_1 = 2\sqrt{2}$ см. $ABCD$ – квадрат, $AB = 2$ см. Тогда $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}_1 = \dots$</p>	
65.	<p>Скалярное произведение векторов $\vec{a} \{-2; 1; 3\}$ и $\vec{b} \{-4; 2; -1\}$ равно...</p>	
66.	<p>$\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \{1; -2; 4m\}$, $\vec{b} \{2; 2m+1; -m\}$. Тогда $m = \dots$</p>	
67.	<p>В правильной четырёхугольной пирамиде $FABCD$ все рёбра равны по 2 см.</p> <p>Тогда $\vec{FA} \cdot \vec{AC} = \dots$</p> 	

68.	Вычислите угол между векторами $\vec{a} \{2; -2; 0\}$ и $\vec{b} \{3; 0; -3\}$	
69.	Найдите угол между векторами $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{j} - \vec{k}$.	
70.	Угол между векторами \vec{j} и $\vec{a} \{1; -1; \sqrt{2}\}$ равен...	
71.	Даны координаты точек: $A(1; -1; -4)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; 2; 5)$, $D(2; -3; 1)$. Тогда косинус угла между прямыми AB и CD равен...	
72.	Найдите сумму координат вершины D параллелограмма $ABCD$, если $A(2; 3; 2)$, $B(0; 2; 4)$, $C(4; 1; 0)$.	
73.	При каких a векторы \vec{AB} и \vec{CD} коллинеарны, если $A(-2; -1; 2)$, $B(4; 3; 6)$, $C(-1; a-1; 1)$, $D(-4; -1; a)$.	
74.	Даны векторы $\vec{a} \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} \{-2; 3; 1\}$ и $\vec{c} \{-3; 2; 1\}$ Найдите $ \vec{a} - \vec{b} $:	
75.	Даны координаты точек $A(-3; 2; 1)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(1; -4; 3)$, $D(-1; 2; -2)$. Найти $ 2\vec{AB} + 3\vec{CD} $.	
76.	Даны векторы $\vec{a} \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} \{0; -5; -2\}$ и $\vec{c} \{2; 1; -3\}$. $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}.$ Найдите координаты вектора	
77.	Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$. $(\vec{a} + \vec{b})\vec{k}$	
78.	Вычислите угол между прямыми AB и CD , если: а) $A(3; -2; 4)$, $B(4; -1; 2)$, $C(6; -3; 2)$, $D(7; -3; 1)$:	
79.	Определите, являются ли компланарными векторы $\vec{a} \{1; 6; 5\}$, $\vec{b} \{3; -2; 4\}$, $\vec{c} \{7; -18; 2\}$.	

Часть 2.

80. В кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ точка O – центр грани $ABCD$.
Используя метод координат, найдите:
а) угол между прямыми B_1O и C_1D ;
б) угол между прямой B_1O и плоскостью AA_1B_1 .

