

10 класс, Математика (технологический профиль)

2018-2019 уч.год

Тема модуля № 3 «Рациональные, иррациональные, логарифмические и показательные уравнения и неравенства».

| Знать | Уметь |
|---|--|
| Рациональные уравнения и неравенства. Алгоритм решения уравнений и неравенств. Методы и способы решения рациональных уравнений и неравенств. | Решать рациональные уравнения и неравенства. |
| Иррациональные уравнения и неравенства. Способы их решения. | Решать иррациональные уравнения и неравенства. |
| Простейшие показательные уравнения. Отличительные признаки показательного уравнения. Простейшие логарифмические уравнения. Отличительные признаки логарифмического уравнения. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Простейшие показательные неравенства. Простейшие логарифмические неравенства. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Методы и способы решений показательных уравнений и неравенств. Методы и способы решений логарифмических уравнений и неравенств. | Решать показательные, логарифмические уравнения, показательные, логарифмические неравенства; решать неравенства с применением графических представлений свойств функции; решать неравенства с применением графических представлений; классифицировать неравенства; решать неравенства рациональным способом. |

Примерные практические задания.

Тема "Рациональные уравнения и неравенства"

1. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = 3x^3 - 2x^2 - 4x - 5$ на $x - 1$
2. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = 3x^3 + 11x^2 - 2x + 5$ на $x + 4$
3. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = 3x^4 - 11x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ на $x - 4$
4. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + x + 1$ на двучлен $x + 3$
5. Найти остаток $R(x)$ от деления многочлена $P(x) = 5x^4 - 12x^3 + 3x^2 - 27x + 4$ на двучлен $x^2 - 3x$
6. Найти остаток $R(x)$ от деления многочлена $P(x) = 6x^5 - 15x^4 - 12x^3 + 44x^2 - 34x - 1$ на двучлен $2x^2 - 5x$
7. Является ли число -1 корнем многочлена $P(x) = 4x^{16} - x^{49} - 5$
8. Является ли число -1 корнем многочлена $P(x) = 11x^{13} - x^{24} - 7x + 5$
9. Является ли число $-\frac{1}{3}$ корнем многочлена $P(x) = 9x^4 - x^2 - 3x + 5$
10. а) Делится ли многочлен $P(x) = 17x^3 - 13x^2 - 4$ на двучлен $x - 1$
б) Делится ли многочлен $P(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 - x + 1$ на двучлен $x + 3$
в) Делится ли многочлен $P(x) = x^{100} + 3x^{79} + x^{48} - x^{27}$ на двучлен $x + 1$

11. а) Найдите все корни уравнения $2x^4 - 5x^3 + x^2 + 2x = 0$

б) Решить уравнение $2x^4 - x^3 - 5x^2 + 2x + 2 = 0$, если известно, что один из его корней равен $-\frac{1}{2}$

в) Решить уравнение $2x^5 + 3x^4 - 16x^3 - 9x^2 + 32x - 12 = 0$, если известно, что один из его корней равен -3

12. а) Решить уравнение $x^4 + x^3 - 4x^2 - x + 3 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней

б) Решить уравнение $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней

в) Решить уравнение $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней

г) Решить уравнение $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 8x + 4 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней

д) Решить уравнение $x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x + 6 = 0$. В ответе укажите сумму всех корней

13. а) Решить уравнение $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1 = 0$.

б) Решить уравнение $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$.

в) Решить уравнение $x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 6x + 1 = 0$.

14. а) Решить уравнение $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12 = 0$

б) Решить уравнение $(x - \sqrt{3})^4 - 5(x - \sqrt{3})^2 + 4 = 0$

в) Решить уравнение $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

г) Решить уравнение $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} = -4$

д) Решить уравнение $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) = 15$

15. Вычислить коэффициент при a^7 в разложении выражения $\left(a - \frac{1}{a}\right)^{13}$ по формуле бинома Ньютона

16. а) Сколько членов в формуле бинома Ньютона при $n=3$

б) Сколько членов в формуле бинома Ньютона при $n=5$

17. а) Найдите остаток от деления двучлена $x^7 - 128$ на разность $x - 2$

б) Найдите остаток от деления двучлена $x^7 - 128$ на сумму $x + 2$

18. Сократить дробь: $\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$.

19. Упростить выражение: $\left(\frac{x^3 + 8}{x^3 - 2x^2 + 4x} - \frac{8x^3 + 1}{4x^2 - 2x + 1}\right) : \left(\frac{8x^3 - 1}{4x^2 + 2x + 1} + \frac{x^3 - 8}{x^3 + 2x^2 + 4x}\right)$.

20.

Решите уравнение (1—3).

1. а) $\frac{x^2 - 25}{x^3 + 4x^2 + 25} = 0$; б) $\frac{x - 1}{x - 3} - \frac{3}{x - 2} = 1$.

2. а) $\frac{x}{x - 2} - \frac{3x - 8}{x^2 - 5x + 6} = 0$;

б) $\frac{(x + 1)^2}{x - 1} - \frac{20}{x^2 + 3x - 4} + \frac{x + 1}{x + 4} = x + 1$.

3. $\frac{x^2 - 3x}{x - 6} - \frac{16}{x + 5} - \frac{186}{x^2 - x - 30} = x + 2$.

21.

Доказать:

что для любого действительного

а) числа x справедливо неравенство $x^4 - 4x^2 + 5 > 0$.

б) $\frac{a+1}{a+2} < \frac{a+5}{a+6}$ для любого положительного числа a .

в) что для любого действительного числа x справедливо неравенство $x^2 - 5x + \frac{1}{x^2 - 5x + 7} \geq -5$.

22. Решить неравенство: а) $\frac{1}{x} + 2 \geq \frac{5x+6}{2x+3}$.

б) $(x^2 + 4x)^2 - 2(x+2)^2 - 7 \geq 0$.

в) $2x^2 + x - 4 + \frac{3}{2x^2 + x} \leq 0$.

23.

Решите неравенство (1—2).

1. а) $(x+2)(x+3)(x-4) > 0$; б) $\frac{(x+1)(x+2)^2}{x-3} < 0$.

2. а) $\frac{3x+1}{x-3} \geq -1$; б) $\frac{x-1}{x-4} - \frac{3}{x+2} - \frac{9}{x^2-2x-8} \geq 0$.

3. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x^2 + x - 12 < 0 \\ x^2 - x - 2 \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0 \\ \frac{x-4}{x+3} \leq 0; \end{cases}$

Тема: "Иррациональные уравнения и неравенства".

24. Найдите значение x , при котором $\sqrt{5x+1} = 0$.

25. Решите уравнение $\sqrt[3]{3x+13} = -2$.

26. Решите уравнение $\sqrt{3x+1} + 2 = 0$.

27. Решите уравнение $\sqrt{18-x^2} = -x$.

28. Решите уравнение $\sqrt{16-3x^2} = -x$.

29. Решите уравнение $2\sqrt{x+5} = x+2$.

30. Решите уравнение $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 6 = 0$.

31. Решите уравнение $x = \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 6x + 9}$.

32. Решите уравнение $\sqrt{2x-1} (5x^2 - 4x - 1) = 0$.

33. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.

34. Решите уравнение $\sqrt{6+5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней

35. Решите уравнение $\sqrt{40+3x-x^2} = 5-x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней

36. Решить уравнение: $\sqrt{x-1} = 12 - 2x$.

37. Решить уравнение: $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$.

38. Решить уравнение: $\sqrt{\frac{x+1}{x}} - 3\sqrt{\frac{x}{x+1}} - 2 = 0.$

39. Решить неравенство: $\sqrt{2x-3} > 2x-5.$

40. Решить неравенство: $\frac{x-1}{x+2} - \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} - 2 \geq 0.$

41. Решить неравенство: $\sqrt{\frac{2x-5}{x+1}} - 6\sqrt{\frac{x+1}{2x-5}} - 1 \geq 0.$

Тема: "Показательные уравнения и неравенства".

42. Является ли число 2 корнем уравнения $0,3^x = 0,9$?

43. Является ли число $-\frac{1}{3}$ корнем уравнения $\left(\frac{1}{27}\right)^x = 3$?

44. Решить уравнение $3^x = 9.$

45. Решить уравнение $\left(\frac{1}{16}\right)^x = 0,5.$

46. Решить уравнение $6^x = \frac{1}{36}.$

47. Найти корень уравнения $7^{x-5} = 3^{x-5}.$

48. Решить уравнение $5^{x-2} = 125.$

49. Найдите корень уравнения: $5^{7-3x} = \frac{1}{25}$

50. Найдите корень уравнения: $9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$

51. Найдите корень уравнения: $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$

52. Решить уравнение $8 \cdot 2^x = 1.$

53. Решить уравнение $2^{x+1} - 3 \cdot 2^{x-1} = 16.$

54. Решить уравнение $2^x - 2^{x-1} = 32.$

55. Является ли число -2 корнем уравнения $0,5^x = 0,25$?

56. Является ли число $\frac{1}{4}$ корнем уравнения $16^x = \frac{1}{2}$?

57. Решить уравнение $2^x = 32.$

58. Решить уравнение $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 81.$

59. Решить уравнение $0,5^x = 8.$

60. Найти корень уравнения $5^{x+4} = 2^{x+4}.$

61. Решить уравнение $3^{x+1} = 81.$

62. Решите уравнение $2^x + 10 \cdot (\sqrt{2})^x - 144 = 0.$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму корней

63. Сравните с единицей, если из неравенства $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ получилось неравенство $f(x) \leq g(x).$

64. Сравните с единицей, если из неравенства $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ получилось неравенство $f(x) > g(x).$

65. Решить неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^x > \frac{8}{125}.$

66. Решить неравенство $2^x \geq 4.$

67. Решить неравенство $3^x < \sqrt{3}$.
68. Решить неравенство $0,2^x \leq 0,008$.
69. Решить неравенство $3^x < 27$.
70. Решить неравенство $7^x \geq \sqrt{7}$.
71. Решить неравенство $0,3^x \geq 0,09$.
72. Решить неравенство $\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \frac{32}{243}$.
73. Решить неравенство $12 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x > 3$
74. Решить неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^x$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства
75. Решить неравенство $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$. В ответе укажите сумму наибольшего и наименьшего решений данного неравенства
76. Решить неравенство $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2-3x} < \frac{121}{169}$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
77. Решить неравенство $\left(2\frac{2}{3}\right)^{6x^2+x} \leq 7\frac{1}{9}$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства

Тема: "Логарифмические уравнения и неравенства."

78. Является ли число 0,008 корнем уравнения $\log_{0,2} x = 3$?
79. Является ли число 16 корнем уравнения $\log_2 x = -4$?
80. Решить уравнение $\log_2 x = 5$.
81. Решить уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$.
82. Решить уравнение $\log_5(x+1) = 2$.
83. Решить уравнение $\log_x 64 = 3$.
84. Решить уравнение $\log_x \frac{1}{32} = -5$.
85. Является ли число 16 корнем уравнения $\log_2 x = 4$
86. Является ли число 27 корнем уравнения $\log_{\frac{1}{3}} x = 3$
- $$\log_{\frac{1}{2}}(3x+22) = \log_{\frac{1}{2}} 40.$$
87. Решить уравнение:
- $$\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10).$$
88. Решить уравнение:
89. Решить уравнение $\log_5 x = 3$.
90. Решить уравнение $\log_7 x = -1$.
91. Решить уравнение $\log_4(x-5) = 2$.
92. Решить уравнение $\log_x 81 = 4$.

93. Решить уравнение $\log_x 25 = -2$.
94. Решить уравнение $\lg(x-2) = -1$.
95. Решить уравнение $\log_{0,1}(3x-5) = -1$
96. Решить уравнение $\log_2(x-3) = \log_2 5$
97. Решить уравнение $\log_2(x-7) = \log_2(x+2) + 2$
98. Решить уравнение $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1$.
99. Решить уравнение $3^{\log_{27}(3x-2)} = 7$
100. Решить уравнение $\log_8 2^{8x-4} = 4$
101. Решить уравнение $\log_x(3+2x) = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней
102. Решить уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней
103. Сравнить с единицей, если из неравенства $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ получилось неравенство $f(x) > g(x)$.
104. Сравнить с единицей, если из неравенства $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$ получилось неравенство $f(x) \geq g(x)$.
105. Решить неравенство $\log_2 x \geq 3$.
106. Решить неравенство $\log_{0,5} x > 3$.
107. Решить неравенство $\log_3 x \leq 2$.
108. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x < 2$.
109. Решить неравенство $3 \log_{\frac{1}{2}} x < -3$
110. Решить неравенство $\log_{16} x > \frac{1}{2}$
 $\log_{\frac{1}{3}} x > -2$.
111. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x > -2$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
112. Решить неравенство $3 \log_{0,2} x > -6$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
113. Решить неравенство $\log_3(x+2) < 3$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
114. Решить неравенство $\log_3(x+1) < -2$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
115. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq -1$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства
116. Решить неравенство $\lg x > \lg 8 + 1$. В ответе укажите наименьшее целое число, являющееся решением данного неравенства

117. Решить неравенство $\log_{\frac{2}{3}}(2 - 5x) < -2$. В ответе укажите наибольшее целое число, являющееся решением данного неравенства
118. Решить неравенство $\lg x > 2 - \lg 4$. В ответе укажите наименьшее целое число, являющееся решением данного неравенства
119. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 6) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства
120. Решить неравенство $\log_5 \frac{3x - 2}{x^2 + 1} > 0$
121. Решить неравенство $\lg(x^2 - 8x + 13) > 0$
122. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 5x + 7) > 0$
123. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x - 6) \geq -3$. В ответе укажите сумму наибольшего и наименьшего решений данного неравенства
124. Решить неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства

Часть 2

125. Решить уравнение $4x^5 + 4x^4 - 13x^3 - 6x^2 + 9x + 2 = 0$
126. Решить уравнение $x^5 - x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$
127. а) При каком значении a многочлен $P(x) = 6x^2 - 7x + a$ делился на двучлен $x + 4$
 б) При каком значении a многочлен $P(x) = 9x^2 + ax - 10$ делился на двучлен $3x + 5$
 в) Найдите такое число c , чтобы многочлен $P(x) = x^5 - x^4 + cx^3$ делился на двучлен $x + 4$
128. а) Найдите четвертый член разложения бинома $(2 - \sqrt{x})^n$
 б) Найдите член разложения бинома $(\sqrt{x} - x)^n$, содержащий x^7 . В ответе укажите коэффициент при x^7
129. Решить уравнение $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$
130. Решить уравнение $6^{x^2-4x} + 6^{x^2-4x-1} = 42$
131. Решить уравнение $\log_2^2(3 - x) + 3 \log_2(3 - x) = 4$
132. Найдите наименьший корень уравнения $3 \log_8^2(5x + 7) - 7 \log_8(5x + 7) + 2 = 0$

Часть 3

133. Найдите все корни многочлена, если многочлен $P(x) = x^3 - 5x^2 + ax + b$ делится на $x - 3$ без остатка, а при делении на $x + 3$ дает остаток -42