

Блок 1. Измерение количеств информации

Контролируемые умения

1. **Измерение информации - алфавитный подход**
 - 1.1. Рассчитывать информационный вес символа (длину кода), мощность алфавита.
 - 1.2. Рассчитывать информационный объем сообщения с алфавитной точки зрения.
 - 1.3. Рассчитывать информационный вес символа (длину кода), мощность алфавита количество символов по информационному объему сообщения (обратная задача)
 - 1.4. Использовать производные единицы измерения информации
2. **Измерение информации - содержательный подход**
 - 2.1. Применять метод половинного деления для определения количества информации
 - 2.2. Рассчитывать количество информации в сообщении об одном из равновероятных исходах события (формула Хартли)
 - 2.3. Рассчитывать количество равновероятных исходов события из количества информации (обратная задача)
3. **Измерение информации - вероятность и информация**
 - 3.1. Оценивать вероятность исхода события
 - 3.2. Определять информативность сообщения о некотором исходе события с вероятностной точки зрения.
 - 3.3. Определять количественные показатели по информативности сообщения о некотором исходе события с вероятностной точки зрения (обратная задача).
 - 3.4. Решать задачи на измерение информации, заключенной в тексте, с алфавитной точки зрения с учетом различных частотных характеристик символов
 - 3.5. Использовать формулу Шеннона для вычисления средней информативности символов алфавита с учетом их частотных характеристик

Примерные задания.

1.1. (1). Рассчитывать информационный вес символа (длину кода), мощность алфавита.

- В алфавите жителей планеты Мерси 512 символов. Определить информационный вес одного символа этого алфавита в битах.
- Шахматная доска состоит из 64 полей: 8 столбцов на 8 строк. Какое минимальное количество битов потребуется для кодирования одного шахматного поля?
- Поставьте в соответствие мощность алфавита и информационный вес символа.

| Мощность алфавита | Информационный вес символа |
|-------------------|----------------------------|
| А) 512 | 1) 3,2 |
| Б) 32 | 2) 2,3 |
| В) 10 | 3) 3,3 |
| Г) 5 | 4) 9,0 |
| | 5) 5,0 |

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| | | | |

- Световое табло состоит из лампочек, каждая из которых может находиться в двух состояниях («включено» и «выключено»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 50 различных сигналов?

- Световое табло состоит из лампочек, каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено», «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов?

- Какое наименьшее число символов должно быть в алфавите, чтобы при помощи всевозможных двухбуквенных слов, состоящих из символов данного алфавита, можно было передать не менее 11 различных сообщений?

- Сколько существует различных последовательностей из символов «плюс» и «минус» длиной ровно в пять символов?

- Дети украшают класс к новому году разноцветными флажками - красными, зелеными и синими, подвешивая на цепочки флажков к потолку. На нитку можно нанизать ровно четыре флажка. Они могут повторяться и нанизываться в любом порядке. Сколько разных ниток с флажками можно сделать? (Они считаются разными, если отличаются хотя бы одним флажком или порядком флажков на нитке.)

1.2. Рассчитывать информационный объем сообщения с алфавитной точки зрения

- Шахматная доска состоит из 64 полей: 8 столбцов на 8 строк. Какое минимальное количество байтов потребуется для кодирования пяти полей шахматного поля?

- Для кодирования секретного сообщения используются 12 специальных значков-символов. При этом символы кодируются одним и тем же минимально возможным количеством бит. Чему равен информационный объем в байтах сообщения длиной в 256 символов?

- Для записи музыки используется 7 нотных знаков. Определите информационный объем музыкального произведения, состоящего из 360 нотных знаков.

- Два текста содержат одинаковое количество символов. Первый текст составлен в алфавите мощностью 16 символов, а второй текст – в алфавите из 256 символов. Во сколько раз количество информации во втором тексте больше, чем в первом?

- Сообщение, записанное буквами из 64-символьного алфавита. Содержит 100 символов. Какой объем информации оно несет?

- В одной из кодировок Unicode каждый символ кодируется 16 битами. Чему равен размер следующего сообщения в данной кодировке

Я к вам пишу – чего же боле? Что я могу ещё сказать?

- В одной из кодировок мощность алфавита составляет 2048 символов. Чему равен размер следующего сообщения в данной кодировке

X=75;_Y=-49;_n!=112.

- На морских судах для передачи информации используют флажковую азбуку (всего 59 флагов). Шифровальщик передал подряд 80 сигналов. Определите информационный объем сообщения, которое он передал таким образом.

- В базе данных хранятся записи, содержащие информацию о датах. Каждая запись содержит три поля: год (число от 1 до 2100), номер месяца (число от 1 до 12) и номер дня в месяце (число от 1 до 31). Каждое поле записывается отдельно от других полей с помощью минимально возможного числа бит. Определите минимальное количество бит, необходимых для кодирования одной записи.

- Количество ежедневно выпадавших осадков за месяц (30 дней) записывали в таблицу. Максимальное значение осадков в день не превышало 90 мм. Определите информационный объем результатов наблюдения в течение месяца, если данные представлялись при помощи минимального количества битов.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В,

C, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 12 байт на одного пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 50 пользователях. В ответе запишите только целое число – количество байт.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы Ш, К, О, Л, А (таким образом, используется 5 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Укажите объём памяти в байтах, отводимый этой системой для записи 30 паролей. В ответе запишите только число, слово «байт» писать не нужно.

- Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 11 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 12 различных букв местного алфавита, причём все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти в байтах, который занимает хранение 60 паролей. В ответе запишите только число, слово «байт» писать не нужно

- В велокроссе участвуют 119 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объём в битах сообщения, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 70 велосипедистов?

- В некоторой стране автомобильный номер длиной 7 символов составляется из заглавных букв (всего используется 26 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным целым количеством байт. Определите объём памяти, необходимый для хранения 20 автомобильных номеров.

- В школьной базе данных хранятся записи, содержащие информацию об учениках:

<Фамилия> – 16 символов: русские буквы (первая прописная, остальные строчные),

<Имя> – 12 символов: русские буквы (первая прописная, остальные строчные),

<Отчество> – 16 символов: русские буквы (первая прописная, остальные строчные),

<Год рождения> – числа от 1992 до 2003.

Каждое поле записывается с использованием минимально возможного количества бит. Определите минимальное количество байт, необходимое для кодирования одной записи, если буквы е и ё считаются совпадающими.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 10 символов и содержащий только символы из 26-символьного латинского алфавита. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 6 байт на одного

пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 30 пользователях.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 7 символов и содержащий только символы из 10-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H, K, L. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 16 байт на одного пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 20 пользователях.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 12 символов и содержащий только символы из 5-символьного набора: А, В, С, D, E. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 11 байт на одного пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 40 пользователях.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 300 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 11 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 50 пользователях потребовалось 700 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 320 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 20 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено

одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

- Для регистрации на сайте необходимо продумать пароль, состоящий из 10 символов. Он должен содержать хотя бы 3 цифры, а также строчные или заглавные буквы латинского алфавита (алфавит содержит 26 букв). В базе данных для хранения сведения о каждом пользователе отведено одинаковое и минимальное возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственного пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт одинаковое для каждого пользователя. Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 870 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе. В ответе запишите только целое число – количество байт.

- Для регистрации на сайте необходимо продумать пароль, состоящий из 9 символов. Он должен содержать хотя бы 1 цифру, строчные или заглавные буквы латинского алфавита (алфавит содержит 26 букв) и хотя бы 1 символ из перечисленных: «.», «\$», «#», «@», «%», «&». В базе данных для хранения сведения о каждом пользователе отведено одинаковое и минимальное возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственного пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт одинаковое для каждого пользователя. Для хранения сведений о двадцати пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе. В ответе запишите только целое число – количество байт.

1.3. Рассчитывать информационный вес символа (длину кода), мощность алфавита, количество символов по информационному объему сообщения (обратная задача)

- Определите мощность алфавита, если известно, что информационный объем сообщения равен 165 бит при длине сообщения 33 символа.

- Объем сообщения равен 110 Кб. Сообщение содержит 112640 символов. Определите мощность алфавита.

- Объем сообщения – 7,5 Кбайт. Известно, что данное сообщение содержит 7680 символов. Какова мощность алфавита?

- Объем сообщения, содержащего 4096 символов, равен 1/512 части Мбайта. Какова мощность алфавита, с помощью которого записано это сообщение?

- Два сообщения содержат одинаковое количество информации. Количество символов в первом тексте в 2,5 раза меньше, чем во втором. Сколько символов содержит алфавит, с помощью которого записаны сообщения, если известно, что размер каждого алфавита не превышает 32 символов и на каждый символ приходится целое число битов?

- Сколько символов содержит сообщение, записанное с помощью 16-символьного алфавита, если его объем составляет 1/16 Мб?

- Сообщение занимает 2 страницы и содержит 1/16 Кб информации. На каждой странице 256 символов. Какова мощность используемого алфавита?

- Для записи сообщения используется 64-символьный алфавит. Каждая страница содержит 30 строк. Все сообщение содержит 8775 байт информации и занимает 6 страниц. Сколько символов в строке?

1.4. Использовать производные единицы измерения информации

- Получено сообщение, информационный объем которого равен 32 битам? Чему равен этот объем в байтах?

- Сколько мегабайт информации содержит сообщение объемом 2^{23} битов?

- Сколько битов информации содержит сообщение объемом 4 мегабайта?

- В каком списке единицы измерения количества информации расположены в правильном порядке по возрастанию?

1) 1 байт, 1 бит, 1 Кбайт, 1 Мбайт, 1 Гбайт, 1 Тбайт

2) 1 бит, 1 байт, 1 Кбайт, 1 Мбайт, 1 Гбайт, 1 Тбайт

3) 1 бит, 1 байт, 1 Мбайт, 1 Кбайт, 1 Гбайт, 1 Тбайт

4) 1 бит, 1 байт, 1 Кбайт, 1 Гбайт, 1 Мбайт, 1 Тбайт

5) 1 бит, 1 байт, 1 Кбайт, 1 Мбайт, 1 Тбайт, 1 Гбайт

- Как перевести количество информации из битов в байты?

- Как перевести количество информации из Кбайтов в байты?

- Сколько килобайтов содержится в 8192 битах?

- Сколько битов содержит 1/2 Кбайта?

- Сколько Кбайтов составляют 2^{13} битов?

- Сколько Мбайтов составляют 2^{23} битов?

- Сколько Мбайтов составляют 2^{23} битов?

2.1. Применять метод половинного деления для определения количества информации

- Предположим, что в группе 32 ученика. Учитель решил дать подготовку сообщения одному из них. Какое минимально возможное количество вопросов нам надо задать учителю, чтобы определить, кому именно достанется сообщение?

- При угадывании методом половинного деления целого числа из диапазона от 1 до N был получен 1 байт информации. Чему равно N?

- Даниил задумал число от 12 до 27. Сколько битов информации содержится в сообщении «Даниил задумал число 13»?

- Вася задумал число от 20 до 83. Сколько бит информации содержится в сообщении «Вася задумал число 77»?

- На вокзале 2 платформы, у каждой из них стоит поезд. Девушка в справочном окне отвечает на все вопросы только «да» и «нет». За какое минимальное число вопросов можно гарантированно узнать, в каком порядке отходят поезда?

- Какое количество вопросов достаточно задать вашему собеседнику, чтобы точно определить день и месяц его рождения?

- Вася не знает, какой из 8 поездов, стоящих на вокзале, идет в Санкт-Петербург. В справочном бюро он задает 8 вопросов: «Поезд на 1-ой платформе идет в Санкт-Петербург?», «Поезд на 2-ой платформе идет в Санкт-Петербург?» и т.д. На первые 7 вопросов он получает ответ «нет», а на последний – «да». Вася считает, что он получил 8 бит информации. Прав он или нет? Почему?

2.2. Рассчитывать количество информации в сообщении об одном из равновероятных исходах события (формула Хартли)

- Определите количество информации, которое содержится в сообщении о результатах бросания монеты.

- В барабане для розыгрыша лотереи находится 16 пронумерованных шаров. Определите количество информации, которое содержится в сообщении о первом выпавшем шаре.

- В классе 32 ученика. Сколько битов информации содержится в сообщении «Сегодня дежурит Сеня Сенечкин»?

- Определите количество информации, которое содержится в сообщении о том, что «Встреча назначена на февраль».

- Определите количество информации, которое содержится в сообщении, что встреча назначена на 23 октября в 15.00.

- В библиотеке 4 зала, в каждом зале 16 стеллажей, в каждом стеллаже 8 полок. Какое количество информации несет сообщение о том, что нужная книга находится на четвертой полке?

- Была получена телеграмма: «Встречайте вагон 7 поезда № 32». Какое количество информации получил адресат, если известно, что в этот город приходит 4 поезда, а в каждом поезде в среднем 16 вагонов?

- Двое играют в «крестики-нолики» на поле 4 на 4 клетки. Какое количество информации получил второй игрок, узнав ход первого игрока?

2.3. Рассчитывать количество равновероятных исходов события из количества информации (обратная задача)

- Количество информации, которое содержится в сообщении о первом выпавшем шаре, составляет 5 битов. Сколько пронумерованных шаров использовалось для розыгрыша лотереи.

- Сообщение о том, что по школе дежурит класс 7.1 содержит 4 бита информации. Сколько классов в школе?

- Сообщение о том, что из коробки карандашей достали красный карандаш, содержит 7 битов информации. Сколько карандашей в коробке?

3.1. Оценивать вероятность исхода события

- В беспроигрышной лотерее разыгрывается 3 книги, 4 альбома, 12 наборов фломастеров, 6 блокнотов. Какова вероятность выиграть книгу?

- Какова вероятность получения на экзамене «четверки» если за год было получено: «двоек» - 2, «троек» - 35, «четверок» - 45, «пятерок» - 18?

3.2. Определять информативность сообщения о некотором исходе события с вероятностной точки зрения.

- В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Какое количество информации несет сообщение о том, что достали черный шар?

- В результате многолетних наблюдений учитель знает, что у половины его учеников итоговой отметкой за год будет «четверка», у $\frac{1}{4}$ учеников – «пятерка», у $\frac{1}{8}$ – «тройка», а остальные ученики по разным причинам окажутся неаттестованными. Какое количество информации мы получим после того, как узнаем, какую именно отметку получил ученик?

| Оценка | Количество информации |
|-----------------------|-----------------------|
| «пятерка» | |
| «четверка» | |
| «тройка» | |
| «неудовлетворительно» | |

- Синоптики подсчитали, что в течение 100 лет 10 марта было 34 дождливых дня, снег выпадал 28 раз и 38 дней было без осадков. Определите количество информации в сообщении, что 10 марта текущего года: будет снег, будет дождь, осадков не будет.

- На остановке останавливаются автобусы разных маршрутов. Сообщение о том, что к остановке подошел автобус 5-го маршрута, несет 4 бита информации. Вероятность появления на остановке автобуса 10-го маршрута в два раза меньше, чем вероятность появления автобуса 5-го маршрута. Какое количество информации несет сообщение о появлении на остановке автобуса 10-го маршрута?

3.3. Определять количественные показатели по информативности сообщения о некотором исходе события с вероятностной точки зрения (обратная задача).

- В корзине лежат белые и черные шары. Среди них 18 черных шаров. Сообщение о том, что из корзины достали белый шар, несет 2 бита информации. Сколько шаров в корзине?

- В двух вагонах товарного поезда находится 32 генератора электрической энергии. Некоторые из них – исправные, некоторые – нет. Сообщение «Сломанный генератор находится в первом вагоне» несет 4 бита информации. Сколько генераторов находится во втором вагоне?

- В ящике находятся исправные и неисправные диски. Среди них 16 исправных. Сообщение о том, что из ящика достали неисправный диск, несет 1 бит информации. Сколько всего дисков находится в ящике?

- В зоопарке 32 обезьяны живут в двух вольерах, А и Б. Одна из обезьян заболела. Сообщение «Заболевшая обезьяна живет в вольере А» содержит 4 бита информации. Сколько обезьян живут в вольере Б?

- В ящике находятся 32 цветных карандаша, среди которых X – красного цвета. Наудачу вынимается один карандаш. Сообщение «извлечен не красный карандаш» несет 3 бита информации. Чему равно X?

- Для ремонта школы использовали белую, синюю и желтую краски. Израсходовали одинаковое количество белой и синей краски. Сообщение о том, что закончилась краска белого цвета, несет 2 бита информации. Синей краски израсходовали 8 банок. Сколько желтой краски израсходовали на ремонт школы?

3.4. Решать задачи на измерение информации, заключенной в тексте, с алфавитной точки зрения с учетом различных частотных характеристик символов

- На основании таблицы частотных характеристик символов (§1.2.3) вычислите информационный вес символа латинского алфавита: R, L. Ответ округлите до сотых.

- Подсчитайте информационный объем слова ИНФОРМАТИКА, используя для вычисления информационных весов символов формулу $i = \log_2(1/p)$ и данные таблицы частотных характеристик букв (§1.2.3). Вычисления можно осуществлять с использованием электронной таблицы.

- Расставьте знаки "<" или ">" в таблице информационного веса символов, исходя из частотных характеристик букв русского алфавита

| | | | |
|---|-------|---|-------|
| А | 0,062 | В | 0,038 |
| К | 0,028 | З | 0,016 |
| Т | 0,053 | Х | 0,009 |

Таблица информационного веса символов

| | | |
|-------|-------|-------|
| i_z | _____ | i_T |
| i_A | _____ | i_K |
| i_B | _____ | i_X |

3.5. Использовать формулу Шеннона для вычисления средней информативности символов алфавита с учетом их частотных характеристик

- Подсчитайте информационный объем слова ИНФОРМАТИКА, используя значение средней информативности символов русского алфавита, вычисленное по формуле Шеннона с учетом равной вероятности: $H = 5$ битов.

- Докажите, что формула Шеннона при равной вероятности появления символа в тексте, тождественна формуле Хартли.