10 класс, профиль

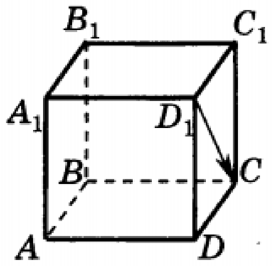
Банк заданий по теме
«Векторы в пространстве»

ТЕМА	Знать	Уметь
Векторы в пространстве.	Понятие вектора в пространстве. Равенства векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число.	Применять полученные знания при решении задач.
Компланарные векторы.	Определение компланарных векторов. Признак компланарности трех векторов. Правило параллелепипеда. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.	Применять полученные знания при решении задач.

Примерные задания:

1.

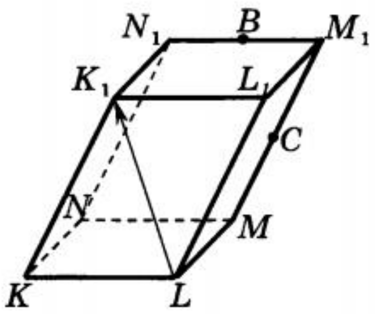
Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите вектор, равный вектору $\overrightarrow{D_1C}$.



1) $\overrightarrow{A_1D}$ **2)** $\overrightarrow{A_1B}$ **3)** $\overrightarrow{AC}$ **4)** $\overrightarrow{DC_1}$

2.

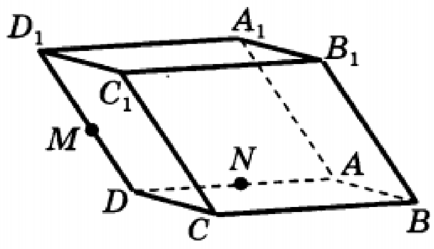
Точки B и C — середины рёбер M_1N_1 и M_1M параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Укажите вектор противоположно направленный вектору $\overrightarrow{LK_1}$.



1) $\overrightarrow{MN_1}$ **2)** $\overrightarrow{BC}$ **3)** $\overrightarrow{KL_1}$ **4)** $\overrightarrow{CB}$

3.

Точки M и N — середины рёбер DD_1 и AD параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите **неверное** утверждение.



1) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{A_1D_1}$ равны

2) $\overrightarrow{NM}$ и $\overrightarrow{BC_1}$ сонаправлены

3) $\overrightarrow{A_1D}$ и $\overrightarrow{D_1A}$ противоположные

4) $\overrightarrow{MN}$ и $\overrightarrow{BC_1}$ коллинеарны

4.

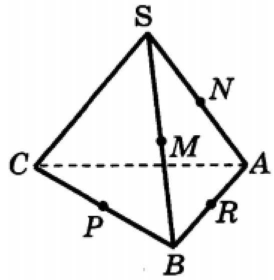
В тетраэдре $ABCD$ точки M, N и K — середины ребер AC, BC и CD соответственно, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $BD = 5$ см. Найдите длины векторов:

а) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{NK}$;

б) $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{KN}$.

5.

Все рёбра тетраэдра $SABC$ равны. Точки M, N, P, R — середины рёбер BS, AS, BC, AB. Укажите верное утверждение.



1) $\overrightarrow{NM} = -0,5\overrightarrow{AB}$

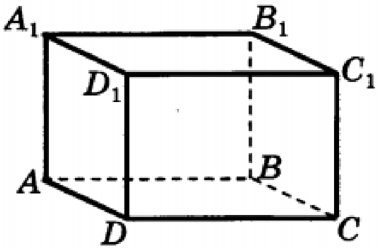
2) $\overrightarrow{NR} = \overrightarrow{MP}$

3) $\left|\overrightarrow{PR}\right| = \left|\overrightarrow{NM}\right|$

4) $|\overrightarrow{MP}| = 2|\overrightarrow{SC}|$

6.

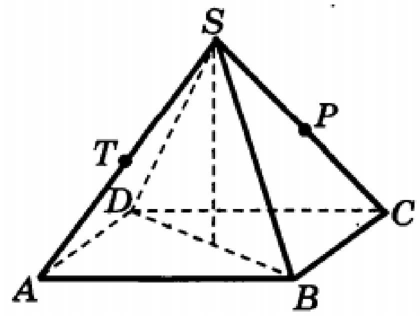
Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите вектор $\vec{a} = \overrightarrow{DA_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$, началом и концом которого служат вершины данного параллелепипеда.



7. Упростите выражение $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{KF}+\overrightarrow{AD}$.

8.

Все рёбра правильной пирамиды $SABCD$ равны 2, точки T и P — середины рёбер AS и CS. Найдите длину вектора, равного сумме векторов $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AT}+\overrightarrow{TP}$.



9.

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, $AD = 8$ см, $AB = 9$ см, $AA_1 = 12$ см.

Найти: а) $|\overrightarrow{CC_1}|$, $|\overrightarrow{CB}|$, $|\overrightarrow{CD}|$; б) $|\overrightarrow{DC_1}|$, $|\overrightarrow{DB}|$, $|\overrightarrow{DB_1}|$.

10.

Упростите выражение:

а) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{NM}$;

б) $\overrightarrow{FK}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{KP}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{QK}+\overrightarrow{PF}$;

в) $\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{FK}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MP}$;

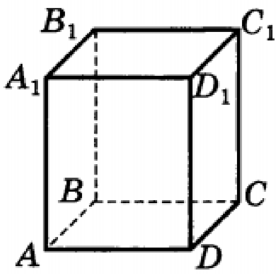
г) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{NM}$.

11.

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Какие из следующих трех векторов компланарны: а) $\overrightarrow{AA_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{BB_1}$; б) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA_1}$; в) $\overrightarrow{B_1B}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DD_1}$; г) $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{A_1B_1}$?

12.

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите компланарные векторы.



1) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CC_1}$

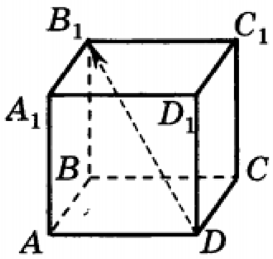
2) $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CC_1}$

3) $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BB_1}$

4) $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BA_1}$, $\overrightarrow{AD_1}$

13.

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите три вектора, по которым можно разложить вектор $\overrightarrow{DB}_1$.

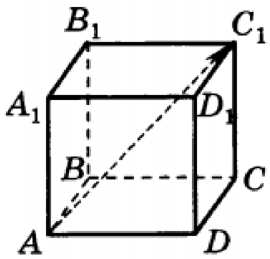


1) $\overrightarrow{AA}_1$, $\overrightarrow{DD}_1$, $\overrightarrow{CC}_1$
2) $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}_1$
3) $\overrightarrow{BC}_1$, $\overrightarrow{DA}_1$, $\overrightarrow{DD}_1$
4) $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BB}_1$

14.

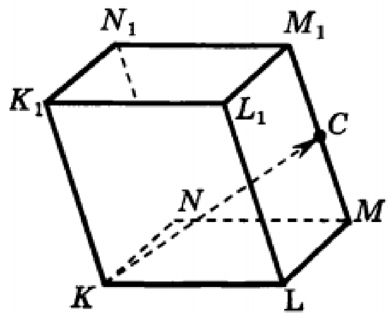
Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Разложите вектор $\overrightarrow{AC}_1$ по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AA_1}$.

1) $\vec{a} + 0{,}5\vec{b} + \vec{c}$
2) $\vec{a} - 0{,}5\vec{b} + \vec{c}$
3) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
4) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$



15.

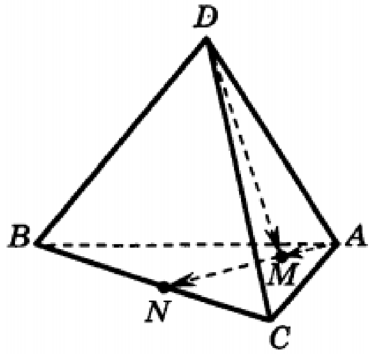
Точка C — середина ребра M_1M параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Выразите вектор $\overrightarrow{KC}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{KN}$, $\vec{b} = \overrightarrow{KL}$, $\vec{c} = \overrightarrow{KK_1}$.



1) $\vec{a} + 0{,}5\vec{b} + \vec{c}$
2) $\vec{a} - \vec{b} + 0{,}5\vec{c}$
3) $0{,}5\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
4) $\vec{a} + \vec{b} + 0{,}5\vec{c}$

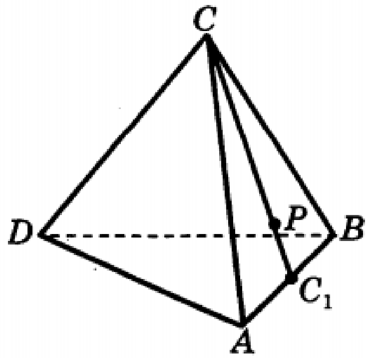
16.

Точка N — середина ребра BC тетраэдра $DABC$, $M \in AN$, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$. Выразите вектор $\overrightarrow{DM}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AD}$.



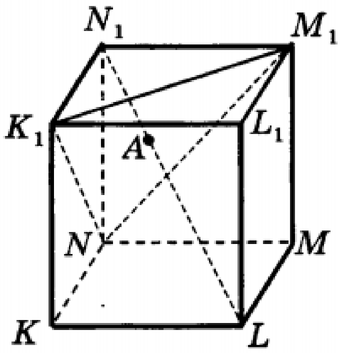
17.

В тетраэдре $ABCD$ на медиане CC_1 грани ABC взята точка P так, что $CP : PC_1 = 4 : 1$. Выразите вектор $\overrightarrow{DP}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{DC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{DA}$, $\vec{c} = \overrightarrow{DB}$.



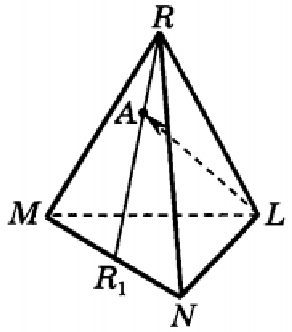
18.

Измерения прямоугольного параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$ равны 6, 5 и $2\sqrt{5}$. Его диагональ LN_1 проходит через точку A сечения K_1M_1N. Найдите длину отрезка AL.



19.

В тетраэдре $RLMN$ на медиане RR_1 треугольника RMN взята точка A так, что $\overrightarrow{RA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{RR_1}$. Выразите вектор $\overrightarrow{LA}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{LR}$, $\vec{b} = \overrightarrow{LN}$, $\vec{c} = \overrightarrow{LM}$.



20.

Дана правильная четырёхугольная пирамида $PABCD$ с вершиной P. Докажите, что сумма векторов $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{DP}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ равна сумме векторов $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{PC}$, где точка O — центр основания пирамиды.

21.

$ABCA_1B_1C_1$ — призма. Укажите точку M, если: а) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{A_1C_1}$; б) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1A} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{AA_1}$; в) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{B_1C_1}$.

22. Какое утверждение **<u>неверное</u>**?
1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны.
2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены.
3) Любые два равных вектора коллинеарны.

23. Какое утверждение **<u>неверное</u>**?
1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны.
2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны.
3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.

24. Какое утверждение **<u>верное</u>**?
1) Любые два вектора компланарны.
2) Любые три вектора компланарны.
3) Три нулевых вектора компланарны.

25. Какое утверждение **<u>верное</u>**?
1) Если один из трёх векторов нулевой, то векторы компланарны.
2) Если векторы компланарны, то один из них нулевой.
3) Если векторы компланарны, то они равны.

26. Какое утверждение **<u>неверное</u>**?
1) Коллинеарные векторы компланарны.
2) Если векторы компланарны, то они коллинеарны.
3) Векторы компланарны, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

27. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0.$ Тогда угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ …

1) острый; 2) тупой; 3) прямой.

28. Векторы $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{KF}$ и $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{EC}$ являются:

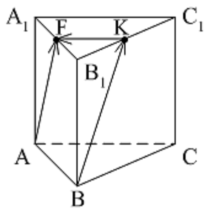
а) равными; б) нулевыми; в) противоположными; г) сонаправленными.

29. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ AD=8см, AB=9см, AA_1=12см. Найдите длины векторов $\overrightarrow{DD_1}$ и $\overrightarrow{C_1B_1}$

30. $ABCDA_1B_1C_1D_1$- куб. Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1C} - \overrightarrow{C_1D_1}$.

а) $\overrightarrow{C_1A_1}$; б) $\overrightarrow{AC}$; в) $\overrightarrow{BD}$; г) нет верного ответа.

31. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $A_1F = FB_1$, $B_1K = KC_1$.



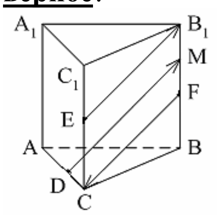
Какое утверждение **неверное**?

1) $\vec{KF} = -\frac{1}{2}\vec{AC}.$ 2) $|\vec{AF}| = |\vec{BK}|.$ 3) $\vec{AF} = \vec{BK}.$

32. Какое утверждение **неверное**?

1) $\vec{KF} = -\frac{1}{2}\vec{AC}.$ 2) $|\vec{AF}| = |\vec{BK}|.$ 3) $\vec{AF} = \vec{BK}.$

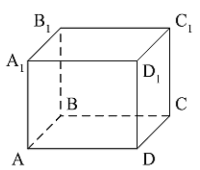
33. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $CE = EC_1$, $BF = FB_1$, $FM = MB_1$, $AD : DC = 3 : 1$. Какое утверждение **верное**?



1) $\vec{DM} \uparrow\uparrow \vec{EB_1}.$ 2) $\vec{FC} \uparrow\downarrow \vec{DM}.$ 3) $\vec{EB_1} \uparrow\downarrow \vec{FC}.$

34. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. Тогда $\vec{AC} + \vec{BB_1} + \vec{BA} + \vec{D_1B} + \vec{B_1D_1} + \vec{DC} =$ …

35. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед. $\vec{AD} =$ …



1) $\vec{BB_1} + \vec{DC_1};$ 2) $\vec{D_1C_1} - \vec{DC_1} - \vec{D_1A_1} + \vec{BB_1};$ 3) $\vec{AB_1} - \vec{BC} + \vec{BA} - \vec{CC_1}.$

Векторы

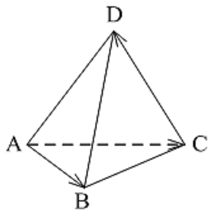
36. $\vec{AC_1} - \vec{AC} - \vec{A_1C_1}$ и $\vec{A_1A} - \vec{CB} + \vec{AB}$ **являются**

1) равными;

2) противоположными;

3) сонаправленными.

37. $DABC$ – тетраэдр. $\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{x} - \vec{CD}.$ Тогда $\vec{x} =$ …



1) $\overrightarrow{DA}$; 2) $\overrightarrow{BC}$; 3) $\overrightarrow{DB}$.