

9.1, 9.3 класс

Модуль № 5 «Последовательности. Степени и корни»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

<p>Последовательности</p>	<p>Числовые последовательности. Способы задания числовых последовательностей: числовым рядом, формулой n-го члена и рекуррентной формулой. Возрастающие и убывающие последовательности. Определение арифметической прогрессии. Формула n-го члена арифметической прогрессии. Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии. Определение геометрической прогрессии. Формула n-го члена геометрической прогрессии. Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии. Сходящиеся последовательности. Предел последовательности. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии при $q < 1$. Решение задач из различных смежных дисциплин с использованием свойств и формул арифметической и геометрической прогрессий.</p>
<p>Степени и корни</p>	<p>Функция $y=x^n$. Построение и чтение графика функции $y=x^n$ для четных и нечетных n. Функция, обратная данной. Функция, обратная степенной функции с натуральным показателем. Взаимно обратные функции. Арифметический корень n-ой степени. Определение и свойства арифметического корня n-ой степени. Вычисления корней n-ой степени. Вычисление значений числовых выражений, содержащих корни n-ой степени. Преобразование выражений, содержащих корни n-ой степени, с использованием свойств корней. Вынесение множителя из-под знака, внесение множителя под знак корня. Сравнение корней.</p>

	<p>Степень с рациональным показателем: определение и свойства.</p> <p>Вычисления степеней, значений числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем. Преобразование выражений, содержащих степени с дробными показателями.</p> <p>Иррациональные уравнения и неравенства.</p> <p>Решение иррациональных уравнений.</p> <p>Решение иррациональных неравенств.</p>
--	--

Примерные практические задания

1. Из чисел $-3, 6, 21, 0$ выберите число, которое не является членом последовательности $b_n = n^2 - 4$.
2. Найдите пятый член последовательности, заданной рекуррентной формулой $a_{n+1} = 2a_n - 3$ и условием $a_1 = 2$.
3. Последовательность (z_n) задана формулой n -го члена $z_n = n^2 - 5n$.
 - а) Выпишите все члены этой последовательности, меньше 6. Сколько таких членов?
 - б) Сколько членов этой последовательности меньше 7? Выпишите эти члены.
 - в) Выясните, содержатся ли в этой последовательности числа $-6, 11, 50$. Если да, то каковы их номера?
4. Укажите арифметическую прогрессию из нижеперечисленных последовательностей:
 - А) $1; 2; 3; 5; \dots$
 - Б) $1; 4; 7; 10; \dots$
 - В) $1; 3; 9; 27; \dots$
 - Г) $1; \frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{7}; \dots$
5. Какая из следующих последовательностей является геометрической прогрессией?
 - А) $1; 2; 3; 4; \dots$
 - Б) $3; 4,5; 5; 5,25; \dots$
 - В) $2; 4; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$
 - Г) $3; 1; \frac{1}{3}; \dots$
6. Какая из следующих арифметических прогрессий является возрастающей? Убывающей?
 - а) $5, 10, 15, \dots$
 - б) $3, 0, -3, \dots$

- в) 7, 12, 17, ...
- г) -6, -4, -2, ...
- д) 11, 9, 7, ...?

7. Найдите знаменатель геометрической прогрессии: $3; 1; \frac{1}{3}; \dots$
8. Найдите разность арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = 3n - 4$.
9. Найдите неизвестный член геометрической прогрессии: $\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; x; \frac{4}{3}; \dots$
10. Найдите сумму первых пяти членов арифметической прогрессии, если $a_1 = 5; d = -2$.
11. Найдите сумму первых семи членов геометрической прогрессии, если $b_1 = \frac{1}{4}, q = 2$.
12. Разность арифметической прогрессии равна 2, а первый член равен 3. Выпишите первые 5 членов этой прогрессии.
13. Запишите три члена арифметической прогрессии, следующие за данными:
 - а) 1, 1, 1, ...;
 - б) 5, 3, 1, ...;
 - в) -2, 2, 6, ...
14. В арифметической прогрессии, разность которой равна 5, известен четвертый член $a_4 = 14$. Восстановите начало этой прогрессии.
15. Рассматривается арифметическая прогрессия -18, -14, -10, Сколько в этой прогрессии отрицательных членов? Укажите номер ее первого положительного члена.
16. Дана арифметическая прогрессия (a_n) . Запишите формулу ее n-го члена и найдите a_{10}, a_{15}, a_{38} :
 - а) -5, -3, -1, ...;
 - б) 7, 10, 13, ...
17. В арифметической прогрессии (x_n) известен первый член x_1 и разность d . Найдите x_{11} и x_6 :
 - а) $x_1 = 2, d = -3$;
 - б) $x_1 = -5, d = 2$;
 - в) $x_1 = 1, d = -10$
18. Найдите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии (a_n) , если:
 - а) $a_1 = 3, d = 2$;
 - б) $a_1 = -1, d = 4$;
 - в) $a_1 = 5, d = -3$.
19. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 + a_{15} = 1$. Найдите сумму первых пятнадцати членов этой прогрессии.
20. В арифметической прогрессии (b_n) $b_1 + b_k = 0$. Найдите сумму первых k членов этой прогрессии.
21. Найдите сумму всех натуральных чисел:

- а) от 1 до 200; б) от 1 до 300; в) от 10 до 150.
22. Арифметическая прогрессия задана формулой $x_n = 5n + 1$. Найдите S_{11} , S_{25} ; S_n .
23. В геометрической прогрессии (b_n) дан первый член и знаменатель. Запишите первые пять членов этой прогрессии, если:
- а) $b_1 = 3, q = 2$
 б) $b_1 = -2, q = 4$
 в) $b_1 = 1, q = -3$
24. Дана геометрическая прогрессия. Найдите ее знаменатель и запишите первые пять членов:
- а) 6, 3, ...; б) 2, -1, ...; в) 5, 25, ...; г) 3, -9, ...
25. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (b_n) , если:
- а) $b_1 = 2, q = 3$
 б) $b_1 = -1, q = 4$
 в) $b_1 = 4, q = -3$
 г) $b_1 = 0,5, q = 0,5$
26. Найдите сумму первых десяти членов геометрической прогрессии:
- а) 4, 2, 1, ...
 б) 3, -9, 27, ...
 в) 4, 20, 100, ...
 г) $-2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{8}, \dots$
27. Дана геометрическая прогрессия 1, 3, 9, ... Найдите:
- а) сумму шести ее первых членов;
 б) сумму n ее первых членов;
 в) сколько последовательных членов этой прогрессии, начиная с первого, надо сложить, чтобы получить 121.
28. Последовательность (b_n) задана условием: $b_1 = -\frac{1}{2}, b_{n+1} = -\frac{1}{b_n}$. Найдите b_7 .
29. Последовательность задана формулой $x_n = 10 - 2^n$. Найдите пятый член этой последовательности.
30. Дана последовательность (x_n) . Сколько ее членов заключено между x_6 и x_{16} ?
- 1) 7 2) 8 3) 9 4) 10
31. Последовательность (a_n) задана формулой n -го члена: $a_n = \frac{n+1}{9}$. Сколько членов этой последовательности меньше 1?
32. Зная первые два члена геометрической прогрессии 0,3; 1,8;, найдите следующие за ним два числа.

33. Найти тридцатый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -25$, $d = 4$

34. Найти сумму первых 15 членов арифметической прогрессии, если $a_1 = 2$ и $a_2 = 5$

35. Найдите сумму первых двадцати членов последовательности, заданной формулой $b_n = 2n + 1$

36. В геометрической прогрессии (b_n) известны $b_1 = 1,6$ и $q = 2$. Найдите b_5

37. Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_1 = 8$ и $q = \frac{1}{2}$

38. Вычислите $(-3)^{-4}$, результат умножить на 81

39. Вычислите $(-\frac{1}{2})^{-3}$

40. Найти значение выражения $(2a^3b^{-5})^{-2}$, если $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$

41. Вычислите $1000^{\frac{2}{3}} \cdot 125^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-1\frac{1}{3}} + 16^{0,25} \cdot 49^{0,5} =$

42. Вычислите $(\frac{1}{4})^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5} + 2007^0$

43. Решите уравнение $\sqrt[3]{2x + 3} = 1$

44. Сократите дробь $\frac{2^{2n+3} \cdot 3^{3n-1}}{4^n \cdot 27^{n+1}}$, ответ увеличить в 81

45. Решите уравнение

А) $\sqrt{2x-1} = x-2$ Б) $x - 5\sqrt{x-2} + 4 = 0$ В) $\sqrt{6-4x-x^2} = x+4$