

## 9 класс





### Модуль № 3 «Уравнения и неравенства с одной переменной. Системы уравнений и неравенств»





***В тесте проверяются теоретическая и практическая части.***

Проверяемые знания/умения	Проверяемые элементы содержания
Уравнения с одной переменной	Целое уравнение и его корни; Решение линейных уравнений; квадратных уравнений. Способы решения уравнений: графически, введение новой переменной, разложение на множители
Дробно – рациональные уравнения	Приемы решения дробно – рациональных уравнений
Неравенства с одной переменной	Линейные неравенства, квадратные неравенства: метод параболы, метод интервалов
Дробно- рациональные неравенства	Метод интервалов
Уравнения с переменной под знаком модуля	Приемы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля: геометрический смысл модуля, графически, по определению модуля (метод промежутков), с помощью равносильных переходов или замена переменных
Неравенства с переменной под знаком модуля	Приемы решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля: геометрический смысл модуля, графически, по определению модуля (метод промежутков), с помощью равносильных переходов или замена переменных
Уравнения с параметрами	Решение линейного уравнения и квадратного уравнения с параметром
<b>Уравнения второй степени с двумя переменными и их системы.</b>	Уравнение второй степени с двумя переменными и его график. Система уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений с двумя переменными способом подстановки и способом сложения. Другие способы решения систем уравнений с двумя переменными. Решение задач с помощью систем уравнений с двумя переменными.
<b>Неравенства с двумя переменными и их системы.</b>	Линейное неравенство с двумя переменными. Неравенство с двумя переменными степени выше первой. Система неравенств с двумя переменными. Неравенства с двумя переменными, содержащие знак модуля.

## Примерные практические задания:

1.	Укажите корень уравнения: $5x^4 - 7x + 2 = 0$ а). 1      б). -1      в). 2      г). 0
2.	Найдите степень уравнения: $5x^2 - 7x^6 + 8 = x(x^7 + 2x^2)$ .
3.	Решите уравнение: $(2x - 5)(2x + 5) - 2x(3 + 2x) = 5$ .
4.	Найдите сумму квадратов корней уравнения: $2x^3 - 72x = 0$ .
5.	Решите уравнение: $x^4 - 12x^2 - 64 = 0$ .
6.	Сколько корней имеет уравнение $(x - 1)^2 - 5 = \frac{2}{x}$ (используйте графическую интерпретацию)?
7.	На каком рисунке изображено множество решений неравенства $4 - 7(x + 3) \leq -9$ ? <p>1)  <math>x</math></p> <p>2)  <math>x</math></p> <p>3)  <math>x</math></p> <p>4)  <math>x</math></p>
8.	

	<p>На каком рисунке изображено множество решений неравенства <math>x^2 - 4x + 3 \geq 0</math>?  В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>1) </p> <p>2) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>3) </p> <p>4) </p> </div> </div>
9.	<p>Решите неравенство <math>x^2 + x \geq 0</math>.  В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)</math></li> <li>2) <math>[-1; 0]</math></li> <li>3) <math>(-1; 0)</math></li> <li>4) <math>(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)</math></li> </ol>
10.	<p>Решите неравенство <math>x^2 &lt; 361</math>.  В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>(-\infty; -19) \cup (19; +\infty)</math></li> <li>2) <math>(-\infty; -19] \cup [19; +\infty)</math></li> <li>3) <math>(-19; 19)</math></li> <li>4) <math>[-19; 19]</math></li> </ol>
11.	<p>Решите неравенство: <math>(x + 2)(1 - x)(4x - 10) \leq 0</math>.</p>
12.	

	<p>Решите неравенство: <math>\frac{x-2}{3-x} \geq 0</math></p> <p>На каком из рисунков изображено множество его решений? В ответе укажите номер правильного варианта.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>1) </p> <p>2) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>3) </p> <p>4) </p> </div> </div>
13.	Решите уравнение: $(x^2 - 10)^2 + 12(x^2 - 10) + 11 = 0$ .
14.	Решите уравнение: $x^2 + 4 - 4x^3 - 16x = 0$ .
15.	<p>Найдите наибольший корень уравнения:</p> <p>а). <math> x^2 - 5x + 4  = 4</math>                      б). <math> x^2 - 2x - 4  = 3x - 2</math>.</p>
16.	Решите неравенство: $x^2 +  x  - 2 < 0$ .
17.	При каких значениях параметра $a$ уравнение $x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - a = 0$ один корень?
18.	<p>Решите уравнение:</p> <p>а). <math>\frac{1}{x+3} + \frac{3}{x-1} = \frac{x^2+5x+2}{x^2+2x-3}</math>                      б). <math>\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 - 15 = 16\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2</math>.</p>
19.	<p>Выберите верные утверждения:</p> <p>Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого – целые выражения.</p> <p>Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая часть которого – целое выражение.</p> <p>Степенью уравнения вида <math>P(x) = 0</math>, где <math>P(x)</math> – многочлен стандартного вида, называется степень этого многочлена.</p> <p>Степенью уравнения вида <math>P(x) = 0</math>, называется степень многочлена, стоящего на первом месте.</p>

Если уравнение  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ , в котором все коэффициенты – целые числа, причем свободный член отличен от нуля, имеет целый корень, то этот корень является делителем свободного члена.

Если число  $a$  является корнем многочлена

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n, \text{ где } a_0 \neq 0,$$

то этот многочлен можно представить в виде произведения

$$(x - a)P_1(x), \text{ где } P_1(x) \text{ – многочлен } (n - 1) \text{ – й степени.}$$

Если число  $a$  является корнем многочлена

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n, \text{ где } a_0 \neq 0,$$

то этот многочлен можно представить в виде произведения

$$(x + a)P_1(x), \text{ где } P_1(x) \text{ – многочлен } (n - 1) \text{ – й степени.}$$

20.2 Выберите верные утверждения:

0

Неравенство с одной переменной, обе части которого являются рациональными выражениями, называется рациональным неравенством.

Неравенство с одной переменной, левая часть которого является рациональным выражением, называется рациональным неравенством.

Если в рациональном неравенстве левая и правая части – целые выражения, то такое неравенство называется целым неравенством.

Если в рациональном неравенстве левая часть – целое выражение, то такое неравенство называется целым неравенством.

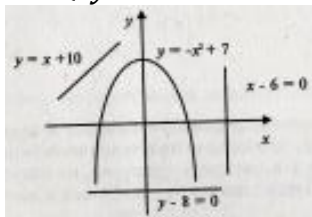
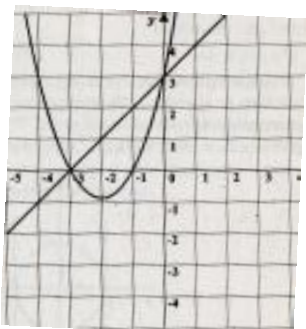
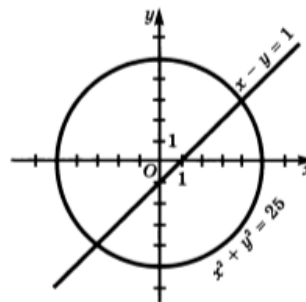
Неравенство вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$  равносильно неравенству  $P(x)Q(x) > 0$ .

Неравенство вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$  равносильно неравенствам  $P(x) > 0$  и  $Q(x) > 0$ .

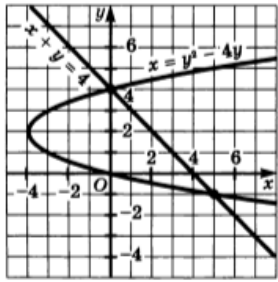
Неравенство вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$  равносильно системе 
$$\begin{cases} P(x)Q(x) < 0; \\ \frac{P(x)}{Q(x)} = 0. \end{cases}$$

	<p>Неравенство вида <math>\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0</math> равносильно неравенству <math>P(x)Q(x) \leq 0</math>.</p>
21.	<p><b>Выберите верные утверждения:</b></p> <p>Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство.</p> <p>Два уравнения, имеющие одно и то же множество решений, называют равносильными уравнениями.</p> <p>Два уравнения, имеющие одно равное решение, называют равносильными уравнениями.</p> <p>Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.</p> <p>Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости.</p> <p>Пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы уравнений с двумя переменными в верное равенство, называется решением системы.</p> <p>Пара значений переменных, называется решением системы.</p>
22.	<p><b>Выберите верные утверждения:</b></p> <p>Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая его в верное неравенство.</p> <p>Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных.</p> <p>Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида <math>ax + by &lt; c</math> или <math>ax + by &gt; c</math>, где <math>x</math> и <math>y</math> - переменные, <math>a, b</math> и <math>c</math> - некоторые числа.</p> <p>Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида <math>ax + by &lt; c</math>, где <math>x</math> и <math>y</math> - переменные, <math>a, b</math> и <math>c</math> - некоторые числа.</p> <p>Функция с областью определения <math>X</math> и областью значений <math>Y</math> называется обратимой, если обратное ей соответствие между множеством <math>Y</math> и множеством <math>X</math> – функция.</p> <p>Если функция <math>f(x)</math> обратима, то обратное ей соответствие называют функцией, обратной функции <math>f(x)</math>.</p> <p>Если функция <math>f(x)</math> обратима, то обратное ей соответствие называют функцией.</p>

23.	<p><b>Выберите верные утверждения:</b></p> <p>Арифметическим корнем <math>n</math> – й степени из числа <math>a</math> называется такое неотрицательное число <math>b</math>, <math>n</math> - я степень которого равна <math>a</math>.</p> <p>Арифметическим корнем <math>n</math> – й степени из числа <math>a</math> называется такое число <math>b</math>,  <math>n</math> - я степень которого равна <math>a</math>.</p> <p>Если <math>a &gt; 0</math> и <math>r</math> - рациональное число, записанное в виде дроби <math>\frac{m}{n}</math>,  где <math>m</math> - целое, а <math>n</math> - натуральное, то <math>a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}</math>.</p> <p>Если <math>a &gt; 0</math> и <math>r</math> - рациональное число, записанное в виде дроби <math>\frac{m}{n}</math>,  где <math>m</math> - целое, а <math>n</math> - натуральное, то <math>a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^n}</math>.</p> <p>Если <math>m</math> и <math>n</math> - натуральные числа, то <math>0^{\frac{m}{n}} = 0</math>.</p> <p>Если <math>m</math> и <math>n</math> - натуральные числа, то <math>0^{\frac{m}{n}} = 1</math>.</p>
24.	<p><b>Выберите верные утверждения:</b></p> <p>Уравнения, содержащие переменную под знаком корня или переменная входит в основание степени с дробным показателем, называются иррациональными уравнениями.</p> <p>Уравнения, содержащие переменную под знаком корня, называются иррациональными уравнениями.</p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – четное число, равносильно системе <math>\begin{cases} f(x) = g^n(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}</math></p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – нечетное число, равносильно системе <math>\begin{cases} f(x) = g^n(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}</math></p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – нечетное число, равносильно уравнению <math>f(x) = g^n(x)</math>.</p> <p>Уравнение <math>\sqrt[n]{f(x)} = g(x)</math>, где <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> - рациональные выражения и <math>n</math> – четное число, равносильно уравнению <math>f(x) = g^n(x)</math>.</p>
25.	<p>Сколько решений уравнения <math>(x + 3)^2 - y^2 + 3y = 0</math> находится среди пар чисел <math>(-3; 3)</math>; <math>(-1; -2)</math>; <math>(0; 0)</math>; <math>(-3; 0)</math>.</p>
26.	<p>Какая из перечисленных пар чисел является решением системы уравнений <math>\begin{cases} x - y = 5; \\ 3x - y^2 = -3. \end{cases}</math> а). <math>(2; 3)</math> б). <math>(-3; 2)</math> в). <math>(-6; 11)</math> г). <math>(8; 3)</math>.</p>
27.	<p>Укажите значение суммы <math>x_1 + y_1</math>, где <math>(x_1; y_1)</math> – решение системы <math>\begin{cases} x + y = 4; \\ x - 2y = 1. \end{cases}</math></p>
28.	<p>Укажите значение произведения <math>x_1 \cdot y_1</math>, где <math>(x_1; y_1)</math> – решение</p>

	<p>системы <math>\begin{cases} x + y = 4; \\ y^2 - x^2 = 8. \end{cases}</math></p>
29.	<p>Сколько решений имеет система уравнений <math>\begin{cases} y = \frac{2}{x}; \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}</math> (воспользуйтесь графической интерпретацией).</p>
30.	<p>На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите сколько решений имеет каждая система:</p> <p>а). <math>\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y = x + 10. \end{cases}</math>      б). <math>\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ x - 6 = 0. \end{cases}</math>      в). <math>\begin{cases} y = -x^2 + 7; \\ y - 8 = 0. \end{cases}</math></p> 
31.	<p>а). На рисунке изображены графики функций <math>y = x^2 + 4x + 3</math> и <math>y = x + 3</math>. Используя графики, решите систему уравнений <math>\begin{cases} y = x^2 + 4x + 3; \\ y = x + 3. \end{cases}</math></p>  <p>б). Решите систему уравнений, используя графики функций: <math>\begin{cases} x^2 + y^2 = 25; \\ x - y = 1. \end{cases}</math></p>  <p>в). Решите систему уравнений, используя графики функций: <math>\begin{cases} x = y^2 - 4y \\ x + y = 4 \end{cases}</math></p>





32.	Найдите значение выражения $xу$ , если $(x; y)$ – решение системы $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}; \\ x + y = 12. \end{cases}$
33.	Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением неравенства $2x^2 + xy - 3y^2 < 3$ ?
34.	Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением системы неравенств $\begin{cases} xy > -6; \\ x^2 + xy + y^2 < 7? \end{cases}$
35.	Найдите площадь фигуры, задаваемой системой неравенств $\begin{cases} 1 \leq  x  \leq 3; \\ 2 \leq  y  \leq 3. \end{cases}$
36.	Функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ – взаимно обратные, причем $D(f) = (-\infty; 0]$ , $E(f) = [0; \frac{\pi}{3}]$ . Найдите область определения и область значений функции $y = g(x)$ .
37.	Задайте формулой функцию, обратную функции: $y = 2x + 5$ .
38.	Задайте формулой функцию, обратную функции: $y = 5 + \sqrt{x - 4}$ .
39.	Найдите значение выражений: а). $\sqrt[3]{125} - \sqrt{-\sqrt{64}} + \sqrt[5]{-1}$ ;      в). $(\frac{125}{343})^{-\frac{2}{3}}$ ; б). $\sqrt[8]{(-4)^8} + \sqrt[5]{(-2)^5}$ ;      г). $(2\frac{10}{27})^{\frac{1}{3}}$ .
40.	Вычислить: а). $\sqrt[5]{0,00243}$ ; б). $\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}$ ; в). $\sqrt[3]{24} \cdot \sqrt[3]{72}$ ; г). $(\sqrt[3]{3})^{12}$ .
41.	Решите уравнение : а). $x^6 - 36 = 0$ ;      б). $-x^5 - 7 = 0$ ;      в). $x^{\frac{4}{5}} = 16$ .
42.	Решите уравнение:      а). $\sqrt{x^2 - 1} = x - 2$ ;      б). $x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{1}{4}} - 12 = 0$ .
43.	Решите неравенство:      а). $\sqrt{x + 2} > 0,5x + 1$ б). $\sqrt{2x - 1} < x - 2$