

**1.** Прочтите текст:

Вы знаете, что соотношения между множествами принято иллюстрировать с помощью кругов. Такие круги называют кругами Эйлера — по имени великого учёного Леонарда Эйлера. Л. Эйлер (1707–1783) — математик, механик, физик и астроном, родился и вырос в Швейцарии, а работал в основном в России и Германии. За свою жизнь Л. Эйлер написал более 850 научных работ. В одной из них и появились круги, которые, по его словам, «очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».

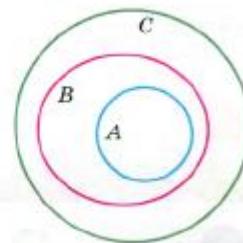
■ Запишите на символическом языке соотношения между множествами.

$A \text{ и } B$  \_\_\_\_\_

$A \text{ и } C$  \_\_\_\_\_

$C \text{ и } B$  \_\_\_\_\_

$A, B \text{ и } C$  \_\_\_\_\_

**2.**

Закончите предложения и проверьте себя по учебнику:

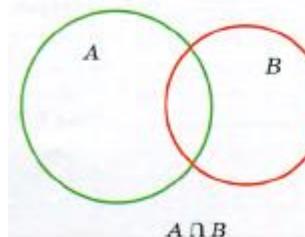
Пересечением множеств  $A$  и  $B$  называют множество, состоящее из элементов, входящих \_\_\_\_\_

Пересечение множеств  $A$  и  $B$  обозначают символом \_\_\_\_\_

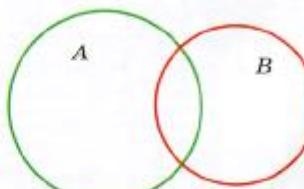
Объединением множеств  $A$  и  $B$  называют множество, состоящее из элементов, входящих \_\_\_\_\_

Объединение множеств  $A$  и  $B$  обозначают символом \_\_\_\_\_

■ Покажите штриховкой на схемах множества  $A \cap B$  и  $A \cup B$ .



$A \cap B$



$A \cup B$

**3.** Прочтите текст:

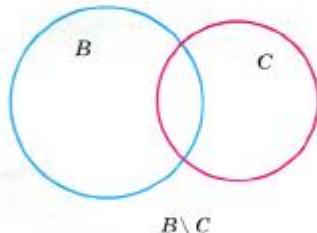
Кроме операций объединения и пересечения множеств, в математике рассматривают и другие, например *разность множеств*.

**Разностью множеств  $A$  и  $B$  называют множество, состоящее из элементов множества  $A$ , не принадлежащих множеству  $B$ .**

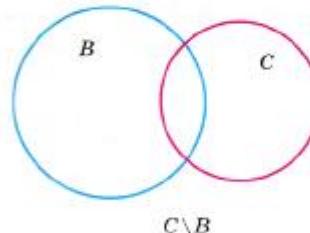
Разность множеств  $A$  и  $B$  обозначают символом  $A \setminus B$ .

Например, если  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  и  $B = \{2, 4, 8\}$ , то  $A \setminus B = \{6, 10\}$ .

■ Заштрихуйте на схемах указанные множества:



$B \setminus C$



$C \setminus B$

■ Пусть  $P$  — множество чётных чисел,  $K$  — множество чисел, кратных 4.

а) Запишите десять чисел, принадлежащих множеству  $P \setminus K$ :

\_\_\_\_\_

б) Опишите множество  $P \setminus K$  словами:

**4.**

Пусть  $A$  — множество натуральных чисел, кратных 5, и  $B$  — множество натуральных чисел, кратных 10.

1) Запишите какие-нибудь шесть чисел, принадлежащих множеству  $A$ , и шесть чисел, принадлежащих множеству  $B$ .

$A:$  \_\_\_\_\_  $B:$  \_\_\_\_\_

2) Запишите на символическом языке соотношение между множествами  $A$  и  $B$  и проиллюстрируйте его с помощью кругов Эйлера.



3) Заполните пропуски в предложении:

Любое число, делящееся на \_\_\_\_\_, делится и на \_\_\_\_\_, но не всякое число, делящееся на \_\_\_\_\_, делится и на \_\_\_\_\_.

5

Пусть  $C$  — множество чисел, кратных 9, и  $D$  — множество чисел, кратных 3.

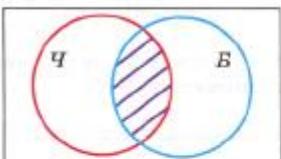
■ Какое соотношение связывает эти множества? \_\_\_\_\_

■ Заполните пропуски в предложении:

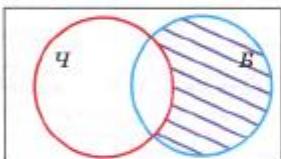
Если число делится на \_\_\_\_\_, то оно делится и на \_\_\_\_\_, но из того что число делится на \_\_\_\_\_, не следует, что оно делится на \_\_\_\_\_.

6

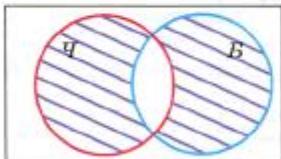
На схемах прямоугольник изображает всех учащихся 6 класса, круг  $Ч$  — тех из них, кто любит чёрный шоколад, а круг  $Б$  — тех из них, кто любит белый шоколад. Штриховкой выделено некоторое подмножество этих шестиклассников. От каждого рисунка проведите стрелку к соответствующему описанию выделенного множества.



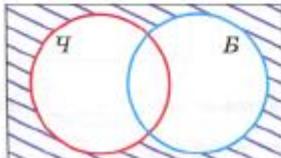
Те, кто не любит ни чёрный, ни белый шоколад.



Те, кто любит и чёрный, и белый шоколад.



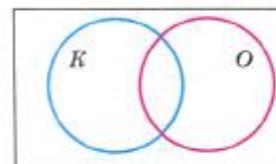
Те, кто любит какой-то один вид шоколада: или чёрный, или белый.



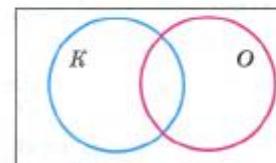
Те, кто любит белый и не любит чёрный шоколад.

7

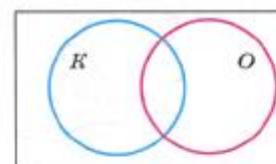
На рисунках прямоугольник изображает всех девятиклассников школы, круг  $K$  — тех из них, кто пользуется социальной сетью «ВКонтакте», а круг  $O$  — тех из них, кто сидит в «Одноклассниках». Покажите штриховкой следующие подмножества девятиклассников этой школы:



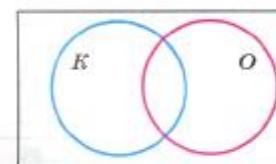
1) Сидят и в «ВКонтакте», и в «Одноклассниках».



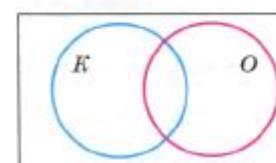
2) Не пользуются ни той ни другой сетью.



3) Сидят только в «ВКонтакте».



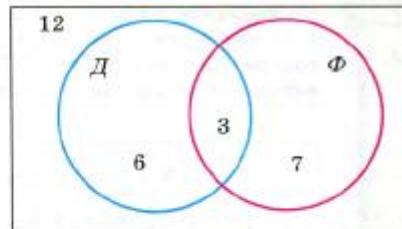
4) Сидят только в «Одноклассниках».



5) Пользуются хотя бы одной социальной сетью.

8

На схеме отражены результаты опроса учащихся 6 класса об их отношении к детективной литературе и к фантастике. Прямоугольник изображает всех учащихся 6 класса, круг  $D$  — шестиклассников, любящих читать детективы, круг  $\Phi$  — шестиклассников, любящих фантастику.



■ Ответьте на вопросы:

1) Сколько учеников не читают ни детективы, ни фантастику? \_\_\_\_\_

Сколько шестиклассников любят и детективы, и фантастику? \_\_\_\_\_

Сколько учеников любят фантастику, но не читают детективы? \_\_\_\_\_

2) Сколько учеников из этого класса увлекаются детективами? \_\_\_\_\_

Сколько шестиклассников увлекаются хотя бы одним из этих видов литературы? \_\_\_\_\_

Сколько всего учащихся было опрошено? \_\_\_\_\_

9

На схеме с помощью кругов Эйлера отражено участие девятиклассников одной из школ в городских олимпиадах по математике (круг  $M$ ), по литературе (круг  $L$ ) и по английскому языку (круг  $A$ ).

Ответьте на вопросы:

1) Сколько девятиклассников участвовали в олимпиаде по математике? \_\_\_\_\_

в олимпиадах по математике и по английскому языку? \_\_\_\_\_

в олимпиадах по литературе и по английскому языку? \_\_\_\_\_

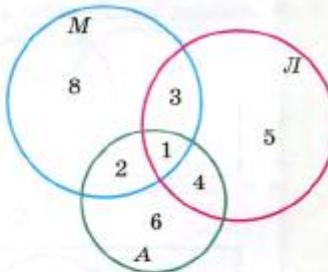
в какой-либо одной из трёх олимпиад? \_\_\_\_\_

в каких-либо двух олимпиадах? \_\_\_\_\_

во всех трёх олимпиадах? \_\_\_\_\_

2) Сколько всего девятиклассников приняли участие в олимпиадах? \_\_\_\_\_

3) Сколько учащихся не участвовали в олимпиадах, если всего в девятых классах этой школы учатся 60 учащихся? \_\_\_\_\_



10

Решите задачу, выполнив перебор всех возможных вариантов.

Задача. Оля, Катя, Лена и Надя на занятиях в спортивной секции должны по очереди выполнять упражнения на брусьях. Сколько у них есть вариантов установления очерёдности?

Решение.

1) Пусть первой будет Оля.

Если вторая Катя, то имеем варианты:

О К Л Н      О К И Л

Если вторая Лена, то имеем варианты:

О Л \_\_\_\_\_      О Л \_\_\_\_\_

Если вторая Надя, то имеем варианты:

О Н \_\_\_\_\_      О Н \_\_\_\_\_

2) Пусть первой будет Катя.

Если вторая Оля, то имеем варианты:

К О \_\_\_\_\_      К О \_\_\_\_\_

Если вторая Лена, то имеем варианты:

К \_\_\_\_\_      К \_\_\_\_\_

Если вторая Надя, то имеем варианты:

К \_\_\_\_\_      К \_\_\_\_\_

3) Пусть первой будет Лена.

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

4) Пусть первой будет \_\_\_\_\_.

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

Если вторая \_\_\_\_\_, то имеем варианты: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

Ответ: \_\_\_\_\_ всего вариантов.

■ Ответьте на вопросы:

Сколько всего вариантов, когда:

Катя вторая? \_\_\_\_\_

Оля последняя? \_\_\_\_\_

Надя не последняя? \_\_\_\_\_

Лена не первая? \_\_\_\_\_

Оля и Катя выступают друг за другом? \_\_\_\_\_

11

**Решите задачу:**

Запишите все возможные четырёхзначные числа, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, используя каждую только один раз.

**Решение.**

*Первая цифра 1*

1 2 3 4      1 2 4 3

1 3            1

1                1

*Первая цифра 2*

*Первая цифра 3*

*Первая цифра 4*

13

Сколько словарей необходимо переводчику, чтобы он мог непосредственно переводить с любого из четырёх языков — русского, английского, немецкого, французского — на любой другой из этих языков?

**Решение.**

Обозначьте языки буквами Р, А, Н, Ф. Тогда каждый словарь можно закодировать словом из двух букв.

■ Ответьте на вопросы:

а) Какой словарь будет обозначен кодом РА? \_\_\_\_\_

б) Почему среди кодов не должно быть кода НН? \_\_\_\_\_

в) Почему среди кодов должен быть и код НФ, и код ФН? \_\_\_\_\_

■ Перечислите коды всех словарей в алфавитном порядке.

Ответ: \_\_\_\_\_ словарей.

12

**Задача.** В теннисном турнире участвовали 5 человек. Сколько было сыграно партий, если каждый участник сыграл с остальными по одной партии?

**Решение.**

Дайте каждому участнику номер от 1 до 5, тогда каждую партию можно будет закодировать двузначным числом.

■ Ответьте на вопросы:

а) Что будет означать число 23?

\_\_\_\_\_

б) Почему среди кодов не должно быть числа 44?

\_\_\_\_\_

в) Почему среди кодов должно быть только одно из чисел: 15 или 51?

\_\_\_\_\_

■ Выпишите коды всех партий, расположив их треугольником и записывая коды в каждой строке в порядке возрастания.

\_\_\_\_\_

Ответ: \_\_\_\_\_ партий.

14

Перечислите все натуральные числа, не превосходящие 10 000, для записи которых используются только две цифры: 0 и 9.

**Решение.**

Однозначное число (оно одно): \_\_\_\_\_

Двухзначные числа (их два): \_\_\_\_\_

Трёхзначные числа (их четыре): \_\_\_\_\_

Четырёхзначные числа (их восемь): \_\_\_\_\_

■ Объясните, почему на этом шаге перебор заканчивается:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

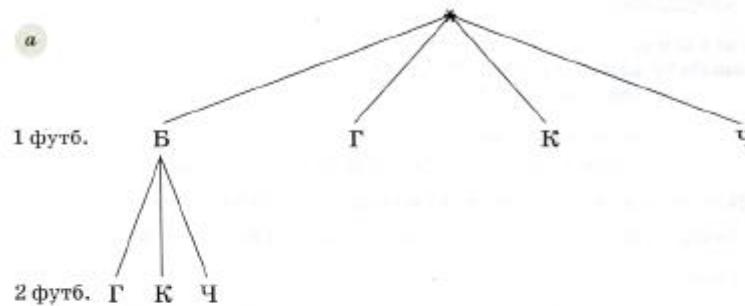
\_\_\_\_\_

15

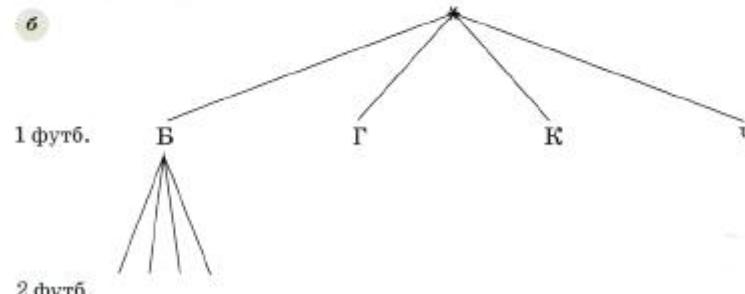
Решите задачу, построив дерево возможных вариантов.

В магазине продаются футболки четырёх цветов: белые, голубые, красные, чёрные. Андрею нужны две футболки. Сколько у него есть вариантов покупки: а) если он хочет купить футболки разных цветов; б) если футболки могут быть одного цвета?

а)



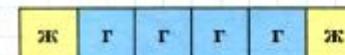
б)



Ответ: а) \_\_\_\_\_ б) \_\_\_\_\_

16

При облицовке кафелем части стены нужно выложить в ряд 6 одинаковых по размеру плиток, из которых 4 плитки голубого цвета и 2 — жёлтого. Сколькоими способами это можно сделать, если требуется, чтобы жёлтые плитки не располагались рядом? (Зарисуйте все варианты.)



17

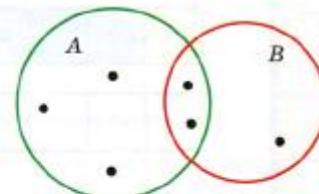
1) Элементы множеств  $A$  и  $B$  обозначены на схеме точками. Сколько элементов содержит:

множество  $A$ ? \_\_\_\_\_

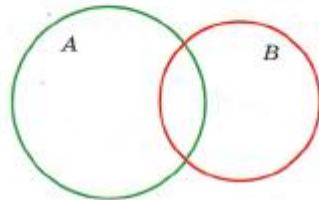
множество  $B$ ? \_\_\_\_\_

множество  $A \cap B$ ? \_\_\_\_\_

множество  $A \cup B$ ? \_\_\_\_\_

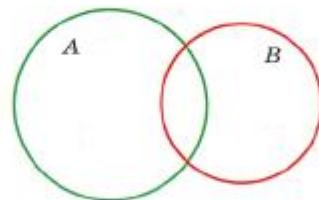


2) Изобразите на схеме следующую ситуацию: множества  $A$  и  $B$  содержат соответственно 4 и 6 элементов, а множество  $A \cap B$  — 2 элемента.



Сколько элементов содержит множество  $A \cup B$ ? \_\_\_\_\_

3) Расположите 4 элемента в множествах  $A$  и  $B$  так, чтобы в каждом из них было по 3 элемента.



4) Пусть множество  $A$  содержит  $m$  элементов, а множество  $B$  содержит  $n$  элементов. Какое условие должно выполняться, чтобы множество  $A \cup B$  содержало  $m + n$  элементов? \_\_\_\_\_

18

Известно множество цифр, с помощью которых записано число  $x$ , и множество цифр, с помощью которых записано число  $y$ : соответственно  $\{1, 3\}$  и  $\{1, 3, 5\}$ . Приведите контрпример, опровергающий утверждение  $x < y$ .

Решение.

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

19

«Откройте» правило, по которому можно узнать, сколько подмножеств имеет конечное множество, содержащее  $n$  элементов.

Решение.

1) Для каждого из множеств  $\{a\}$ ,  $\{a, b\}$ ,  $\{a, b, c\}$ ,  $\{a, b, c, d\}$  перечислите все возможные подмножества и заполните таблицу:

Множество	Подмножества	Число элементов множества	Количество подмножеств
$\{a\}$	$\emptyset, \{a\}$	1	2
$\{a, b\}$			
$\{a, b, c\}$			
$\{a, b, c, d\}$			

2) По какой закономерности строится ряд чисел в столбце «Количество подмножеств»? \_\_\_\_\_

3) Каким будет следующее число в этом столбце? \_\_\_\_\_

4) Сколько подмножеств у множества, содержащего 6 элементов? \_\_\_\_\_