

**БАНК ЗАДАНИЙ ДЛЯ САЙТА****МАТЕМАТИКА 11 класс (база и профиль)****Тема: «УРАВНЕНИЯ»****Учитель: Дорогина Ж.А.**Учащиеся должны знать/понимать:

Понятия равносильных преобразований уравнений, основные способы решения уравнений, понятие равносильности уравнений, шесть способов равносильных преобразований, преобразования уравнений, приводящие данное уравнение к уравнению, равносильному ему на  $\mathbb{R}$ , на некотором множестве чисел. Какое уравнение называют уравнением-следствием; основные способы преобразования, приводящие к уравнению-следствию: правила и алгоритм решения возведением уравнения в четную степень, потенцирование логарифмических уравнений, другие преобразования, приводящие к уравнению – следствию. Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению – следствию. Основные понятия равносильности уравнений, возведение уравнения в четную степень, умножение уравнения на функцию, другие преобразования и несколько преобразований уравнений, уравнения с дополнительными условиями на множествах. Метод промежутков для уравнений, содержащих модуль. Понятие параметра, уравнений с параметрами, основные подходы и методы в решении уравнений, содержащих параметры.

Уметь:

Выполнять равносильные преобразования при решении уравнений, правильно переходить к уравнению-следствию, определять и вычислять посторонние корни, выполнять проверку корней; решать уравнения вида  $f(\alpha(x))=f(\beta(x))$  и находить способы их преобразования; выполнять равносильный переход на множестве, равносильные преобразования уравнений, другие преобразования при решении уравнений. Решать уравнения с модулем методом промежутков, находить особые точки находить способы их преобразования; решать уравнения, используя области существования функции, неотрицательность функции, ограниченность, определять характер функции при решении уравнений. Применять умножение на функцию при решении уравнений. Применять основные подходы и методы в решении уравнений с параметром.

Решать задачи с использованием первообразной и интеграла:

№	Элементы содержания задания	Ответ
<b>Решите уравнения:</b>		
1.	$\sqrt[3]{2x^2 - 24x - x^3} = 2 - x.$	
2.	$(2x - 3)^7 = (x + 3)^7.$	
3.	$9^{2x^2 - 3x} = 9^{x+6}.$	
4.	$2^{x+5} = 3^x.$	
5.	$\sqrt{x-1} = x-3$	
6.	$\sqrt{2x^2 - x - 5} + x = 1.$	
7.	$\sqrt[10]{x^2 - 4x - 5} = \sqrt[10]{2x^2 - 7x - 9}.$	
8.	$x^2 - 6x + \sqrt{x-3} = \sqrt{x-3} - 8.$	
9.	$\sqrt{2x+5} + \sqrt{x+6} = \sqrt{6x+13}.$	
10.	$\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+5} = \sqrt{6x+6}.$	
11.	$\frac{x^2 + 2x}{x+3} = \frac{x+6}{x+3}.$	
12.	$\lg(x^4 + 2x^2 - 4) = \lg(x^4 + 6x - 8).$	
13.	$2^{\log_2(x-1)} = x^2 + 2x - 7.$	
14.	$\log_3(2x-3) + \log_3(x-12) = 2 \log_3(x-6).$	
15.	$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \cos^2 x.$	

16.	$\arcsin(5 - 4x) = \arcsin x^2.$	
17.	$\arccos(x + 2) = \arccos x^2.$	
18.	$\arcsin(x^2 - 80,5) = \arcsin(x - 8,5).$	
19.	$\text{arcctg}(x^2 - 5) = \text{arcctg}(5x + 9).$	
20.	$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x} - (\sin x)^{2007} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin^2 x} - (\sin x)^{4014}.$	
21.	Пусть $x_0$ — корень уравнения $\log_3(x - 1) + \log_3(x - 3) = 1.$ Найдите значение выражения $2x_0 + 3.$	
22.	Найдите значение выражения $x_0 \cdot \frac{6}{\pi}$ , если $x_0$ — наименьший положительный корень уравнения $2 \cos x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x} + 1 - \text{ctg}^2 x.$	
23.	Найдите значение выражения $\frac{x_0}{\pi}$ , если $x_0$ — наименьший положительный корень уравнения $3 \sin x + 1 + \text{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} + 3.$	
24.	Найдите значение выражения $\frac{x_0}{\pi}$ , если $x_0$ — наименьший положительный корень уравнения $\frac{1}{1 + \text{tg}^2 x} = \cos^2 x + \cos x - 1.$	
25.	Сколько корней имеет уравнение $(\sin x + \cos x)^2 \cdot \sqrt{1 - x^2} = 0?$	
26.	Сколько корней имеет уравнение $\left(1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{9 - 4x^2} = 0?$	
27.	Сколько корней имеет уравнение $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cdot \sqrt{16 - x^2} = 0?$	
28.	Найдите среднее арифметическое корней уравнения $x^3 - 3x^2 + 3 + \frac{5}{x-3} = x - \frac{5}{3-x}.$	
29.	Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\log_2(x^2 - 7x + 13) \cdot \log_{x-2} 2 = 1.$	
30.	$\log_{0,2}(x^2 - 2) + \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - 2} = \log_{0,2}(2x + 1) + \left(\frac{1}{3}\right)^{2x + 1}.$	

31.	<p>Найдите все корни уравнения</p> $\cos 4x + \cos 2x - \operatorname{ctg} x \sin 2x = 0,$ <p>принадлежащие отрезку <math>[0; 2\pi]</math>.</p>	
32.	<p>Найдите все корни уравнения</p> $\sin^2(\pi - 6\pi x) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + 6\pi x\right) = \frac{\sin(\pi - 2\pi x)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\pi x\right)} + \sin\frac{3\pi x}{2} \cos \pi x,$ <p>принадлежащие отрезку <math>[1; 3]</math>.</p>	
<b>Решите уравнения:</b>		
33.	$\sqrt{x} = \sqrt[3]{2x - 1}.$	
34.	$\frac{\operatorname{tg} \pi x}{\lg\left(x + \frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{\lg\left(x + \frac{3}{4}\right)}.$	
35.	$\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = \frac{3}{x} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right).$	
36.	$5^{\log_5(x+1)} = x^3 - 2x^2 - 2x + 1.$	
37.	$\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \cos x.$	
38.	$\log_x(16x^2 - 1) = \log_x(x^6 - 1).$	
39.	$\lg(3 - x) + 3\sqrt{\frac{x-1}{x-4}} - \sqrt{\frac{x-4}{x-1}} = \frac{5}{\sqrt{(x-4)(x-1)}} + \lg(3 - x).$	
40.	Найдите произведение корней (или корень, если он единственный) уравнения $ x - 3  + 2 x + 1  = 4.$	
41.	Решите уравнение: $\sqrt{\sqrt{ x  - 1} + \frac{3}{4}} + \frac{7}{4} = x.$	
42.	Решите уравнение: $\sqrt[3]{\sqrt[3]{x+6} + 6} = x.$	
43.	Решите уравнение: $x^3 - 24 = \sqrt[3]{x + 24}.$	
44.	Решите уравнение: $7\sqrt[3]{7x - 6} = x^3 + 6.$	
45.	Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 5x - 14} +  \log_{0.6}(x^2 - 14x + 50)  = 0.$	
46.	Решите уравнение: $ x - 3  +  x + 3  = 8.$	
47.	Решите уравнение: $\sin x =  \sin x  \cos x.$	
48.	Решите уравнение: $ x^2 - 4  +  x^2 - 9  = 2x + 11.$	
49.	Решите уравнение: $ x^2 - x - 6  +  x^2 - 6x + 5  = 2x^2 - 7x - 1.$	
50.	Решите уравнение: $\sqrt[3]{x - 2} = 3 - \sqrt{x + 1}.$	

51.	<p>Найдите утроенное произведение корней уравнения</p> $ x - 3 ^{3x^2 - 10x + 3} = 1.$	
52.	<p>Решите уравнение <math>\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 4.</math></p>	
53.	<p>Пусть <math>x_0</math> — корень уравнения <math>\sqrt{2x - 8} = \lg(1 + \sqrt{4 - x}).</math> Найдите значение выражения <math>x_0^2 - 2x_0.</math></p>	
54.	<p>Решите уравнение</p> $\frac{4}{\pi} \arcsin(x - 1) = 2 + \sqrt{x^2 - x - 2}.$	
55.	<p>Решите уравнение</p> $\frac{2}{\pi} \arcsin(3 + x) = 1 + (x^2 + 3x + 2)^6.$	
56.	<p>Найдите наименьший положительный корень уравнения</p> $\cos x + \sin \frac{x}{4} = 2.$	
57.	<p>Найдите наименьший положительный корень уравнения</p> $\sin 2x - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2.$	
58.	<p>Для каждого значения параметра <math>a</math> решить уравнение:</p> $\frac{a - 3 - ax}{ax + 1} = 3.$	
59.	<p>Для каждого значения параметра <math>a</math> решить уравнение:</p> $\frac{ax}{x - 3} + \frac{x}{x + 3} = \frac{18}{x^2 - 9}.$	
60.	<p>Найти все значения параметра <math>a</math>, при каждом из которых уравнение <math>\sqrt{3 - x} = a - x</math> имеет единственный корень</p>	