

Банк заданий по теме «Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве»

Учащиеся должны знать/понимать:

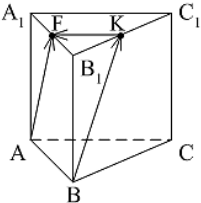
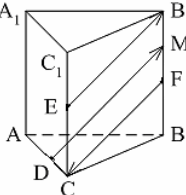
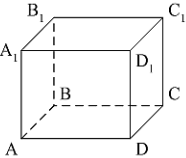
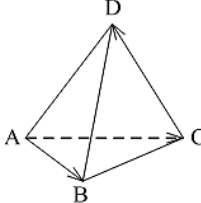
Понятие вектора, способ его изображения и названия. Определение равенства векторов, их коллинеарности, видов коллинеарности. Правила сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число в пространстве. Определение компланарных векторов, принцип разложения вектора по трем некопланарным векторам. Правило параллелепипеда для сложения трех некопланарных векторов. Понятия угла между векторами, определение и формулу нахождения скалярного произведения векторов, его свойства. Понятия направляющего вектора и вектора нормали к прямой. Составляющие прямоугольной системы координат в пространстве, определение координат вектора в пространстве, связь между координатами векторов и координатами точек в пространстве, действия над векторами в координатах. Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов в пространстве. Иметь представление о простейших задачах в координатах. Формулы расстояния между двумя точками, середины отрезка, скалярного произведения векторов в координатах. Формулу вычисления угла между прямыми через координаты направляющих векторов.

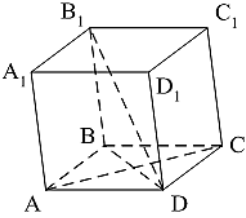
Уметь:

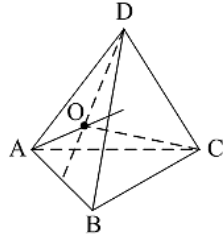
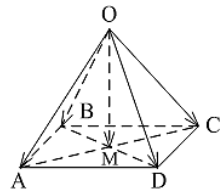
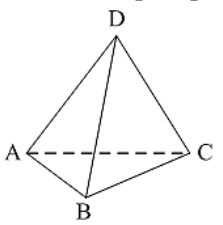
Строить и распознавать векторы различных видов, выполнять действия над векторами, разложение вектора по трем некопланарным векторам. Находить длину вектора, его сумму, разность и произведение вектора на число. Находить скалярное произведение векторов по формуле и в координатах, угол между векторами. Применять правило параллелепипеда, формулы для векторов в общем виде и в координатах при решении простейших задач.

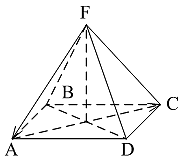
Решать задачи с использованием производной:

1.	Какое утверждение неверное ? 1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны. 2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены. 3) Любые два равных вектора коллинеарны.	
2.	Какое утверждение неверное ? 1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны. 2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны. 3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.	
3.	Какое утверждение верное ? 1) Любые два вектора компланарны. 2) Любые три вектора компланарны. 3) Три нулевых вектора компланарны.	
4.	Какое утверждение верное ? 1) Если один из трёх векторов нулевой, то векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то один из них нулевой. 3) Если векторы компланарны, то они равны.	
5.	Какое утверждение неверное ? 1) Коллинеарные векторы компланарны. 2) Если векторы компланарны, то они коллинеарны. 3) Векторы компланарны, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.	
6.	$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$. Тогда угол между векторами \vec{a} и \vec{b} ... 1) острый; 2) тупой; 3) прямой.	
7.	Векторы $\vec{DE} + \vec{DF} - \vec{KF}$ и $\vec{MC} - \vec{MK} - \vec{EC}$ являются: а) равными; б) нулевыми; в) противоположными; г) сонаправленными.	
8.	В прямоугольном параллелепипеде $ABCA_1B_1C_1D_1$ $AD=8$ см, $AB=9$ см, $AA_1=12$ см. Найдите длины векторов $\vec{DD_1}$ и $\vec{C_1B_1}$	
9.	$ABCA_1B_1C_1D_1$ - куб. Найдите вектор, равный $\vec{AA_1} + \vec{B_1C} - \vec{C_1D_1}$. а) $\vec{C_1A_1}$; б) \vec{AC} ; в) \vec{BD} ; г) нет верного ответа.	
10.	Даны точки A, B, C, D, K . Известно, что $\vec{BC} = k \cdot \vec{DK}$, $\vec{AC} = z \cdot \vec{CD}$, $\vec{AK} = x \cdot \vec{AB} + y \cdot \vec{AC}$. Тогда неверно , что... 1) все точки лежат в одной плоскости; 2) прямые BC и DK параллельны; 3) точки A, C и D не лежат на одной прямой.	

11.	$\vec{AB} = k \cdot \vec{CD}$, причём точки A, B и C не лежат на одной прямой. Прямые AC и BD не могут быть... 1) параллельными; 2) пересекающимися; 3) скрещивающимися.	
12.	$ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $A_1F = FB_1, B_1K = KC_1$.  Какое утверждение неверное ? 1) $\vec{KF} = -\frac{1}{2}\vec{AC}$. 2) $ \vec{AF} = \vec{BK} $. 3) $\vec{AF} = \vec{BK}$.	
13.	$ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $CE = EC_1, BF = FB_1, FM = MB_1, AD : DC = 3 : 1$. Какое утверждение верное ?  1) $\vec{DM} \uparrow\uparrow \vec{EB_1}$. 2) $\vec{FC} \uparrow\downarrow \vec{DM}$. 3) $\vec{EB_1} \uparrow\downarrow \vec{FC}$.	
14.	$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед. Тогда $\vec{AC} + \vec{BB_1} + \vec{BA} + \vec{D_1B} + \vec{B_1D_1} + \vec{DC} = \dots$	
15.	$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед. $\vec{AD} = \dots$  1) $\vec{BB_1} + \vec{DC_1}$; 2) $\vec{D_1C_1} - \vec{DC_1} - \vec{D_1A_1} + \vec{BB_1}$; 3) $\vec{AB_1} - \vec{BC} + \vec{BA} - \vec{CC_1}$.	
16.	Векторы $\vec{AC_1} - \vec{AC} - \vec{A_1C_1}$ и $\vec{A_1A} - \vec{CB} + \vec{AB}$ являются ... 1) равными; 2) противоположными; 3) сонаправленными.	
17.	$DABC$ – тетраэдр. $\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{x} - \vec{CD}$. Тогда $\vec{x} = \dots$  1) \vec{DA} ; 2) \vec{BC} ; 3) \vec{DB} .	
18.	Точка $M(-2; 3; -7)$ находится от плоскости XOY на расстоянии, равном... 1) 7; 2) 2; 3) 3.	
19.	Расстояние от точки $B(-2; -5; \sqrt{3})$ до оси OX равно: а) $4\sqrt{3}$; б) $7\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{7}$.	

20.	Дана точка $M(2; -3; -4)$. Найдите точку симметричную ей, относительно начала координат. а) $M_1(-2; 3; 4)$; б) $M_1(2; 3; 4)$; в) $M_1(-2; -3; 4)$; г) $M_1(-2; -3; -4)$.	
21.	Точка M – середина отрезка AB . Найдите координаты точки M , если $A(-6; 4; 0)$, $B(0; -9; 4)$	
22.	Точка E – середина отрезка AB . Найдите координаты точки B , если $A(14; -8; 5)$, $E(3; -2; -7)$. а) $B(-8; 4; 19)$; б) $B(8; -4; -19)$; в) $B(8; -4; 19)$; г) $B(8; 4; 19)$.	
23.	$\vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Тогда вектор \vec{m} имеет координаты... 1) $\vec{m} \{2; 1; 1\}$; 2) $\vec{m} \{-2; 1; 1\}$; 3) $\vec{m} \{2; -1; -1\}$.	
24.	$\vec{a} \{1; 2; -3\}$, $\vec{b} \{-3; 2; 1\}$, $\vec{c} \{-3; -6; 9\}$. Тогда коллинеарными будут векторы... 1) \vec{a} и \vec{b} ; 2) \vec{b} и \vec{c} ; 3) \vec{a} и \vec{c} .	
25.	Первая и третья координаты ненулевого вектора \vec{a} равны нулю. Тогда неверно , что... 1) $\vec{a} \parallel OX$; 2) $\vec{a} \perp OZ$; 3) $\vec{a} \perp (XOZ)$.	
26.	Первая координата ненулевого вектора \vec{AB} равна нулю. Тогда неверно , что... 1) $\vec{AB} \perp OX$; 2) $\vec{AB} \cap OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel OY$.	
27.	$A(1; 2; 3)$, $B(1; 5; 4)$, $C(4; 5; 3)$. Тогда верно , что... 1) $\vec{BC} \perp OY$; 2) $\vec{AC} \parallel OZ$; 3) $\vec{AB} \parallel (ZOY)$.	
28.	Ордината точки A равна 3, ордината точки B равна 6. Длина отрезка AB равна 3. Тогда прямая AB и ось OY ... 1) параллельны; 2) перпендикулярны; 3) скрещиваются.	
29.	$M(x_1; y_1; z_1)$, $K(x_2; y_2; z_2)$. Тогда координаты вектора \vec{KM} равны ... 1) $\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$; 2) $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$; 3) $\left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right\}$.	
30.	$\vec{a} \{m; n; k\}$. Тогда верно , что... 1) $ \vec{a} = \sqrt{m+n+k}$; 2) $ \vec{a} = \sqrt{m^2 + n^2 + k^2}$; 3) $ \vec{a} = \sqrt{mnk}$.	
31.	$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед. Являются компланарными векторы...  1) \vec{AD} , \vec{BA} и $\vec{D_1 C_1}$; 2) \vec{BD} , $\vec{DB_1}$ и \vec{AC} ; 3) $\vec{DB_1}$, \vec{AB} и $\vec{DD_1}$.	

32.	<p>Известно, что $2\vec{AM} = 3\vec{AB} - \vec{AC}$.</p> <p>Тогда векторы \vec{AM}, \vec{AB} и \vec{AC} <u>являются</u>...</p> <p>1) коллинеарными; 2) компланарными; 3) некомпланарными.</p>	
33.	<p>Векторы \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} <u>некомпланарны</u>, если...</p> <p>1) $\vec{a} = m \cdot \vec{b} + n \cdot \vec{c}$; 2) $\vec{p} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c}$; 3) $\vec{c} = k \cdot \vec{a} + l \cdot \vec{b}$.</p>	
34.	<p>$DABC$ – тетраэдр. O – точка пересечения медиан грани ABD. Тогда $\vec{AC} + \vec{BC} + \vec{DC} = \dots$</p>  <p>1) $\frac{1}{3}\vec{OC}$; 2) $3\vec{CO}$; 3) $-3\vec{CO}$.</p>	
35.	<p>Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M. Точка O – произвольная точка пространства.</p> <p>$\vec{OM} = k(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$. Тогда $k = \dots$</p>  <p>1) $\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $\frac{1}{4}$</p>	
36.	<p>$DABC$ – тетраэдр, $AB = BC = AC = AD = BD = CD$. Тогда <u>неверно</u>, что...</p>  <p>1) $\angle(\vec{AB}; \vec{DC}) = 90^\circ$; 2) $\angle(\vec{BD}; \vec{CD}) = 60^\circ$; 3) $\angle(\vec{AD}; \vec{BA}) = 60^\circ$.</p>	
37.	<p>Какое утверждение <u>верное</u>?</p> <p>1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$.</p> <p>2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$.</p> <p>3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$.</p>	
38.	<p>Скалярное произведение векторов $\vec{a} \{a_1; a_2; a_3\}$ и $\vec{b} \{b_1; b_2; b_3\}$ <u>равно</u>...</p> <p>1) $a_1a_2a_3 + b_1b_2b_3$;</p> <p>2) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$;</p> <p>3) $a_1b_2b_3 + b_1a_2b_3 + b_1b_2a_3$</p>	
39.	<p>При каком n данные векторы $\vec{a} (2; -1; 3)$ и $\vec{b} (1; 3; n)$ перпендикулярны:</p> <p>а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) -1.</p>	

40.	Дана точка $A(-1; 2; 5)$. Тогда координаты точки – проекции точки A на ось OZ равны...	
41.	Даны точки $M(-1; 2; 3)$ и $B(1; -1; 5)$. Тогда координаты вектора \vec{BM} равны...	
42.	$A(-1; 0; 2), B(1; -2; 3)$. Тогда $ \vec{AB} = \dots$	
43.	$ABCD$ – параллелограмм, $AC \cap BD = O$. $B(-2; 1; 0), O(0; 1,5; 0)$. Тогда координаты точки D равны...	
44.	Вектор \vec{a} сонаправлен с вектором $\vec{b} \{-2; 2; 1\}$, $ \vec{a} = 12$. Тогда координаты вектора \vec{a} равны...	
45.	$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямой параллелепипед, $AA_1 = 2\sqrt{2}$ см. $ABCD$ – квадрат, $AB = 2$ см. Тогда $ \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}_1 = \dots$	
46.	Скалярное произведение векторов $\vec{a} \{-2; 1; 3\}$ и $\vec{b} \{-4; 2; -1\}$ равно...	
47.	$\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \{1; -2; 4m\}$, $\vec{b} \{2; 2m+1; -m\}$. Тогда $m = \dots$	
48.	В правильной четырёхугольной пирамиде $FABCD$ все рёбра равны по 2 см. Тогда $\vec{FA} \cdot \vec{AC} = \dots$	
		
49.	Вычислите угол между векторами $\vec{a} \{2; -2; 0\}$ и $\vec{b} \{3; 0; -3\}$	
50.	Угол между векторами \vec{j} и $\vec{a} \{1; -1; \sqrt{2}\}$ равен...	
51.	Даны координаты точек: $A(1; -1; -4), B(-3; -1; 0), C(-1; 2; 5), D(2; -3; 1)$. Тогда косинус угла между прямыми AB и CD равен...	
52.	Найдите сумму координат вершины D параллелограмма $ABCD$, если $A(2; 3; 2), B(0; 2; 4), C(4; 1; 0)$.	
53.	При каких a векторы \vec{AB} и \vec{CD} коллинеарны, если $A(-2; -1; 2), B(4; 3; 6), C(-1; a-1; 1), D(-4; -1; a)$.	
54.	Даны векторы $\vec{a} \{3; -2; 1\}, \vec{b} \{-2; 3; 1\}$ и $\vec{c} \{-3; 2; 1\}$ Найдите $ \vec{a} - \vec{b} $;	
55.	Даны координаты точек $A(-3; 2; 1), B(-1; 2; 1), C(1; -4; 3), D(-1; 2; -2)$. Найти $ \vec{2AB} + 3\vec{CD} $.	
56.	Даны векторы $\vec{a} \{-1; 2; 0\}, \vec{b} \{0; -5; -2\}$ и $\vec{c} \{2; 1; -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$.	
57.	Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$. $(\vec{a} + \vec{b})\vec{k}$	
58.	Вычислите угол между прямыми AB и CD , если: а) $A(3; -2; 4)$ $B(4; -1; 2), C(6; -3; 2), D(7; -3; 1)$;	