

**Банк заданий по теме «ПРОИЗВОДНАЯ»
МАТЕМАТИКА 11 класс (база и профиль)**

Учащиеся должны знать/понимать:

Понятие производной. Определение производной.

Теоремы и правила нахождения производных суммы, разности, произведения и частного.

Правило для нахождения производной сложной функции.

Формулы для нахождения производных элементарных функций.

непрерывность функции, имеющей производную в данной точке

понятия точек максимума и минимума, максимума и минимума, экстремумов функции

геометрический и физический смысл производной

Уравнение касательной и алгоритм его нахождения.

Приближенные вычисления.

Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной.

Понятие производной высшего порядка, соответствие знака второй производной выпуклости (вогнутости) функции на отрезке.

Задачи на максимум и минимум.

Понятие асимптоты, способы их определения.

Методы и алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной.

Дробно-линейная функция.

Уметь:

Вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы.

Исследовать функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа.

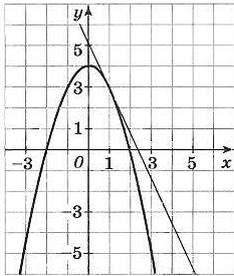
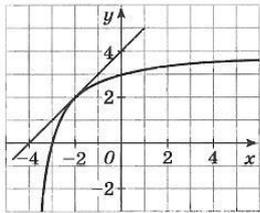
Соотносить значения производной функции и ее поведения на числовых промежутках и в точках с поведением самой функции.

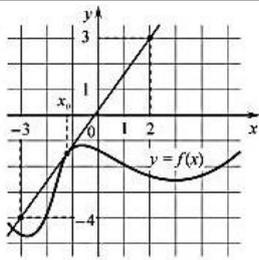
Решать задачи с использованием производной:

№	Элементы содержания задания	Ответ
1.	Пользуясь определением, найдите производную функции	
	1. $f(x) = 4x - 5$	
	2. $f(x) = x^2 + 4x - 6$	
2.	Найдите производные функций:	
	1. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3, f'(x) =$	$f'(-1) =$
	2. $f(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 3, f'(x) =$	$f'(2) =$
	3. $f(x) = e^x \cdot \cos x, f'(x) =$	$f'(0) =$
	4. $f(x) = 3^x \cdot \log_3 x, f'(x) =$	$f'(1) \cdot \ln 3 =$
	5. $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 3}, f'(x) =$	$f'(4) =$

6.	$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 4}, f'(x) =$	$f'(3) =$
7.	$f(x) = \sqrt[4]{x}, f'(x) =$	$f'(16) =$
8.	$f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}, f'(x) =$	$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) =$
9.	$f(x) = \frac{2 \cos x}{x^2 + 4}, f'(x) =$	$f'(0) =$
10.	$f(x) = x^2 \sin x, f'(x) =$	$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) =$
11.	$f(x) = 5\sqrt[5]{x^3}, f'(x) =$	$f'(32) =$
12.	$f(x) = 5^x - 2\sqrt{x+1}, f'(x) =$	$f'(0) - \ln 5 =$
13.	$f(x) = \frac{324}{x} - x + 6, f'(x) =$	$f'(18) =$
14.	$f(x) = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 15, f'(x) =$	$f'(4) =$
15.	$f(x) = 2x^2 - 13x + 9 \ln x + 8, f'(x) =$	$f'(3) =$
Найдите производную функции $y = x^4 + \sin x$		
3.	1. $x^3 + \cos x$ 2. $\frac{x^5}{5} + \cos x$	3. $4x^3 + \cos x$ 4. $4x^3 - \cos x$
Найдите производную функции $y = 4x^5 - e^x$		
4.	1. $20x^5 - e^x$ 2. $20x^5 + e^x$	3. $4x^4 - e^x$ 4. $20x^4 - e^x$
Найдите производные функций:		
1.	$f(x) = (3x - 8)^{10}, f'(x) =$	
2.	$f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 11}, f'(x) =$	$f'(1) =$
3.	$f(x) = \sqrt{-5x^2 - 10x - 4}, f'(x) =$	$f'(0) =$
4.	$f(x) = \sin(2x - 1), f'(x) =$	
5.	$f(x) = \cos(3x + 4), f'(x) =$	
6.	$f(x) = \operatorname{tg}(4x - 2), f'(x) =$	
7.	$f(x) = \sin 3x + \sin^3 x, f'(x) =$	
8.	$f(x) = e^{3x+10}, f'(x) =$	
9.	$f(x) = 4^{6x-1}, f'(x) =$	
10.	$f(x) = 11^{3-5x-x^2}, f'(x) =$	
11.	$f(x) = \log_6(9x + 4), f'(x) =$	
12.	$f(x) = \lg \cos^2 x, f'(x) =$	

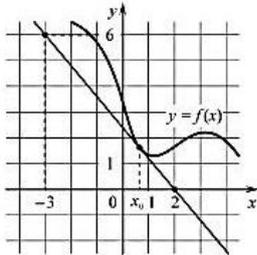
13.	$f(x) = \ln \sin^2 x, f'(x) =$	
14.	$f(x) = \ln(2x - 5), f'(x) =$	
15.	$f(x) = \log_5(3x + 1)^{10}, f'(x) =$	
Найдите производные функций:		
1.	$f(x) = (5 - x)\sqrt{4 + 2x}, f'(x) =$	$f'(0) =$
2.	$f(x) = (3 - 2x)\sqrt{5 - x}, f'(x) =$	$f'(1) =$
3.	$f(x) = (4 - x^2)\sqrt{x^2 - 5}, f'(x) =$	$f'(3) =$
4.	$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 4}, f'(x) =$	$f'(5) =$
6.	5. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 4}}{x^2 - 3x + 1}, f'(x) =$	$f'(0) =$
	6. $f(x) = \log_5^{10}(3x + 1), f'(x) =$	
	7. $f(x) = 5x - \ln(x + 5)^5, f'(x) =$	
	8. $f(x) = (x + 16)e^{x-16}, f'(x) =$	
	9. $f(x) = (x + 7)^2 e^{4-x}, f'(x) =$	
	10. $f(x) = \log_5(4 - 2x - x^2) + 3, f'(x) =$	
7.	Найдите все значения x , при каждом из которых производная функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 11$ равна нулю	
8.	Вычислите $f'(e)$, если $f(x) = x^4 \ln x$	
	1. $2e^3$	2. $3e^3$
	3. $5e^3$	4. $4e^2$
9.	Вычислите $f'(e)$, если $f(x) = \frac{\ln x}{x}$	
	1. 0	2. $\frac{1}{e}$
	3. $\frac{1}{e^2}$	4. $\frac{2}{e^2}$
10.	Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = e^x + \operatorname{tg}x$ в точке $x_0 = 0$	
	1. -3	2. 1
	3. 0	4. 2
11.	Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2x^2 + e^x$ в точке $x_0 = 0$	
	1. 1	2. -1
	3. 5	4. 0
12.	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x – расстояние от точки отсчета (в метрах), t – время (в секундах), измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9c$	
13.	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 9t^3 - 7t^2 - 7t + 24$, где x – расстояние от точки отсчета (в метрах), t – время (в секундах), измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) через 5 секунд после начала движения.	

14.	Точка движется по координатной прямой по закону $x(t) = 2 + 2t + t^2$, где $x(t)$ – координата точки (в метрах) в момент времени t (в секундах). В какой момент времени скорость точки будет равна 5 м/с?			
	1. 1	2. 37	3. 1,5	4. 12
15.	Точка движется по координатной прямой по закону $x(t) = \frac{t^2}{2} + 2t$, где $x(t)$ – координата точки (в метрах) в момент времени t (в секундах). В какой момент времени скорость точки будет равна 4 м/с?			
	1. 1	2. 2	3. 3	4. 0,5
16.	Угол поворота тела вокруг оси изменяется в зависимости от времени по закону $\varphi(t) = 0,3t^2 - 0,5t + 0,2$ (φ – угол в радианах, t – время в секундах). Найдите угловую скорость вращения тела (в радианах в секунду) в момент времени $t = 10$ с			
	1. 0,6	2. 5,5	3. 1	4. 3
17.	Температура тела изменяется в зависимости от времени по закону $T(t) = 0,5t^2 - 2t$ (T – температура в градусах, t – время в секундах). Найдите скорость изменения температуры тела (в градусах в секунду) в момент времени $t = 5$ с			
	1. 1	2. 2	3. 3	4. 0,5
18.	Тело массой $m = 1,5$ кг движется прямолинейно по закону $s(t) = t^2 + t + 1$ (s – путь в метрах, t – время в секундах). Найдите кинетическую энергию тела через 5 секунд после начала движения ($E = \frac{mv^2}{2}$)			
19.	Сила тока I изменяется в зависимости от времени t по закону $I(t) = 2t^2 - 5t$, где I – сила тока в амперах, t – время в секундах. Найдите скорость изменения силы тока в конце 10-й секунды			
20.	<p>На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Найдите $f'(x_0)$</p> 			
21.	<p>На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = -2$. Найдите $f'(x_0)$</p> 			
22.	На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0			



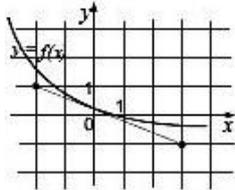
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0

23.



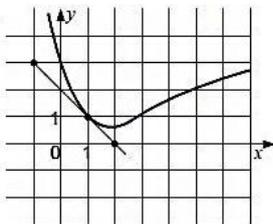
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0=0$. Найдите значение производной $f'(0)$

24.



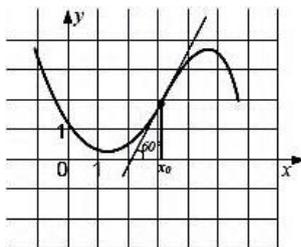
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой 1. Найдите значение производной $f'(1)$

25.



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0=0$. Найдите значение выражения $\sqrt{3}f'(x_0)$

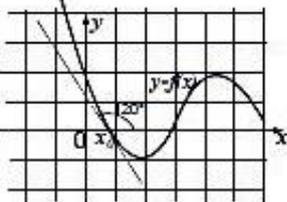
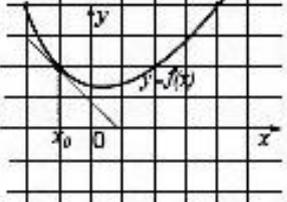
26.



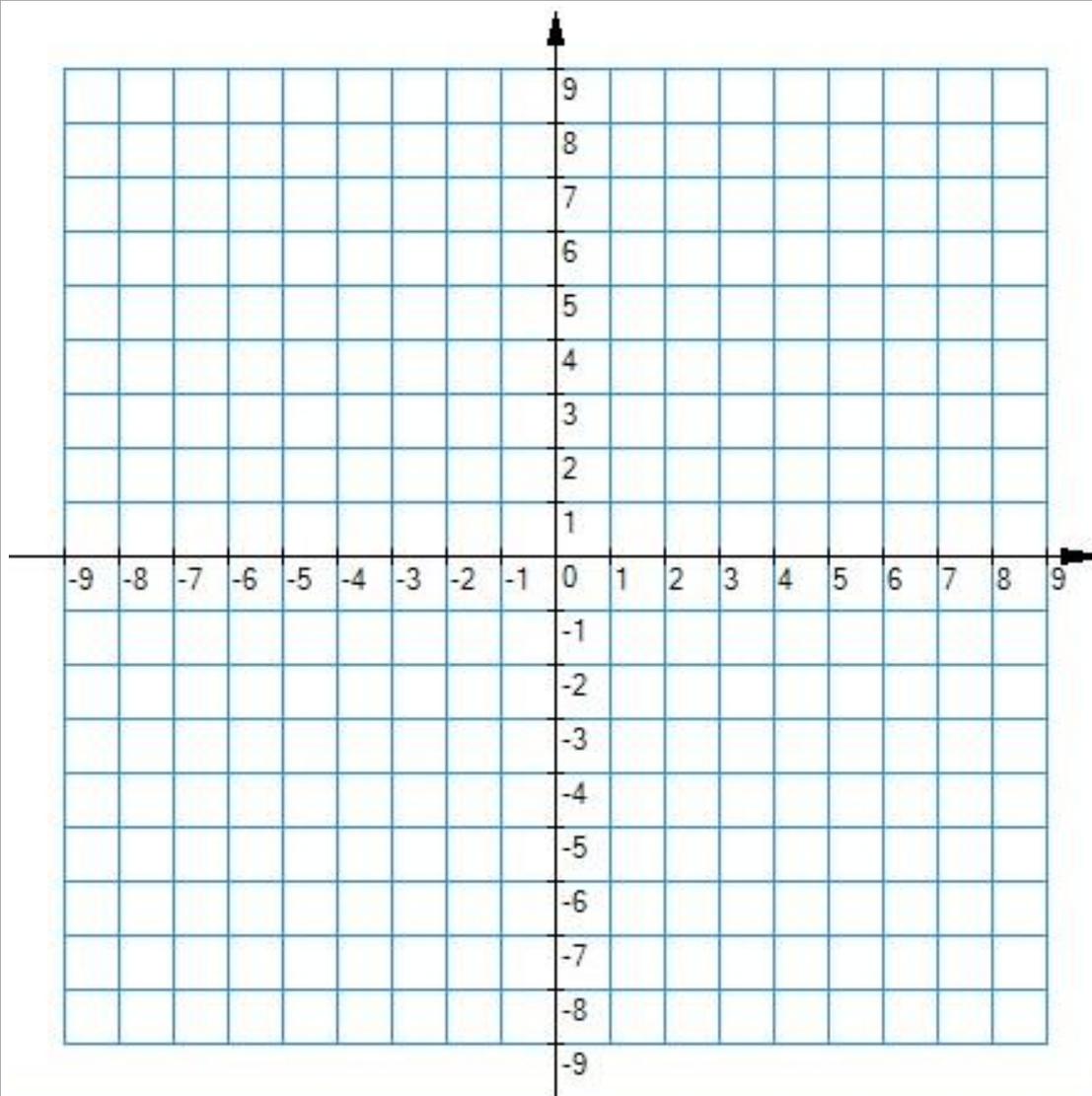
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите угол наклона этой касательной (в градусах) к положительному направлению оси Ox

27.



28.	<p>На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0, образующая угол 120° с осью x. Найдите значение выражения $\frac{f'(x_0)}{\sqrt{12}}$</p> 	
29.	<p>На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0, параллельная биссектрисе 3-й четверти. Найдите значение выражения $2f'(x_0) + 1$</p> 	
30.	<p>Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = a$, если</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2, a = 1$ 2. $f(x) = x^4 - 4x + 1, a = 2$ 3. $f(x) = \log_3 x, a = 1$ 4. $f(x) = 3^x, a = 1$ 5. $f(x) = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x - 11, a = 2$ 	
31.	<p>Дана функция $f(x) = x^4 - 4x + 1$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, параллельной оси Ox</p>	
32.	<p>Дана функция $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, параллельной прямой $y = -2x + 1$</p>	
33.	<p>Дана функция $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, проходящей через точку $A(0; -5)$</p>	
34.	<p>Даны функции $f(x) = -x^2 + 2x - 3$ и $g(x) = x^2 + 2$. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$</p>	
35.	<p>Найти промежутки возрастания и убывания функции</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 5$ 2. $f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 3$ 3. $f(x) = \sqrt{2x^3 + 9x^2}$ 4. $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$ 5. $f(x) = (x - 1)^2 e^{2x}$ 	
36.	<p>Найдите критические (стационарные) точки функций:</p>	
37.	<p>1. $f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x - 7$ В ответе укажите сумму критических точек, принадлежащих промежутку $[-2; 3]$</p>	
38.	<p>2. $f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$</p>	

	В ответе укажите сумму критических точек, принадлежащих промежутку $[-1;8]$	
39.	Найдите точку минимума функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$	
40.	Найдите точку минимума функции $f(x) = \frac{324}{x} + x + 6$	
41.	Найдите точку минимума функции $f(x) = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$, принадлежащую промежутку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	
42.	Найти точки экстремума функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$, а также наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[-2;2]$	
43.	Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 7$ на промежутке $[0;2]$	
44.	Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -\frac{4}{3}x\sqrt{x} + 9x + 7$ на отрезке $[19,25;25,25]$	
45.	Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 69\cos x + 71x + 48$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$	
46.	Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ на отрезке $[-\sqrt{7};2\sqrt{3}]$	
47.	Найти интервалы выпуклости вверх и выпуклости вниз, точки перегиба функции	
	1.	$f(x) = x^4 - 24x^2 + 3x + 5$
	2.	$f(x) = x^2 e^{-x}$
	3.	$f(x) = 5x - \sin 2x$
48.	Найти асимптоты графика функции $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$	
49.	Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ и постройте ее график	



Исследуйте функции методами производной и установите соответствия между функциями и их поведением на указанных интервалах

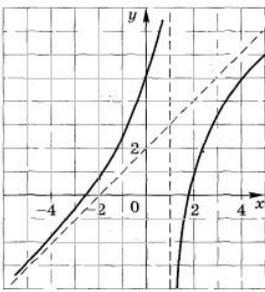
А.
Б.
В.
Г.

	А. $f(x) = \frac{1}{4}x^2(x-4)^2$	Б. $f(x) = x^4 + 4x^3 + 28$	В. $f(x) = -x + \frac{4}{3-x} - 2$	Г. $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)^2$
50.	1. 	2. 	3. 	4.

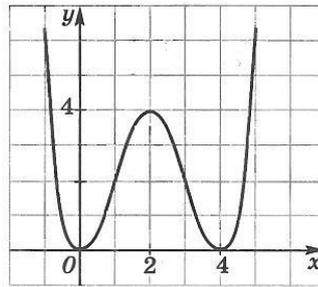
Исследуйте функции методами производной и установите соответствия между функциями и их графиками

А.
Б.
В.
Г.

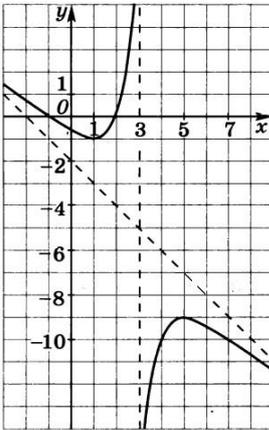
51.	А. $f(x) = \frac{1}{4}x^2(x-4)^2$	Б. $f(x) = \frac{x^2 + x - 5}{x-1}$	В. $f(x) = -x + \frac{4}{3-x} - 2$	Г. $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)^2$
-----	--------------------------------------	--	---------------------------------------	---------------------------------------



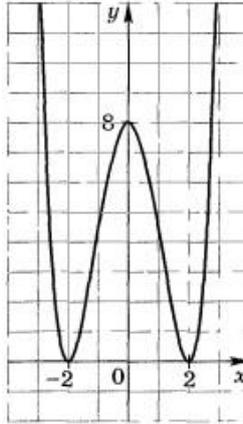
1.



2.



3.



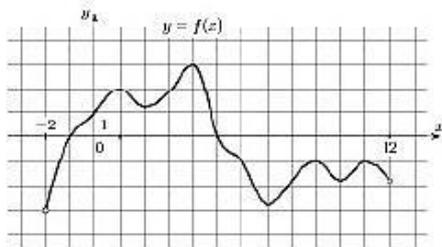
4.

52. Число 72 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были равны между собой, а сумма квадратов этих трёх чисел была наименьшей

53. В пирамиде $SABC$ рёбра SA и BC образуют угол 45° , $SA=4$, $BC=6\sqrt{2}$. Найдите наименьшую площадь сечения пирамиды плоскостью, параллельной SA и BC

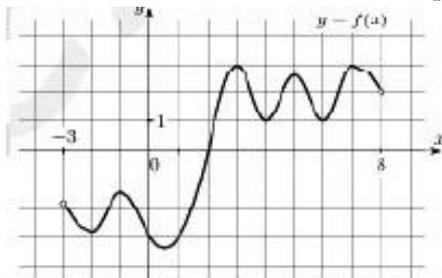
54. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 30% никеля и 70% меди, второй – 20% меди и 80% марганца, третий – 15% никеля, 25% меди и 60% марганца. Из них получили новый сплав, содержащий 40% марганца. Какое наибольшее и какое наименьшее процентное содержание меди может быть в этом сплаве? В ответе укажите модуль разности между этими значениями

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $[-2; 12]$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$



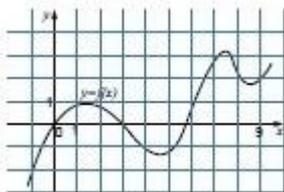
55.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $[-3; 8]$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0



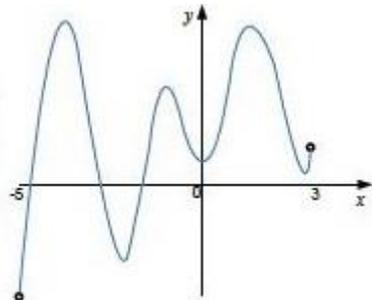
56.

57. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Определите количество целых точек на отрезке $[-1; 9]$, в которых производная функции положительна



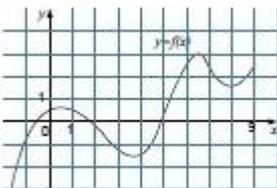
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $[-5; 3]$.
Найдите количество точек на интервале $(-3; 3)$, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 5$

58.



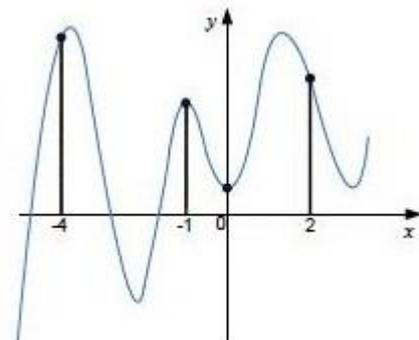
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Определите количество точек на интервале $(0; 9)$, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 2x - 5$

59.



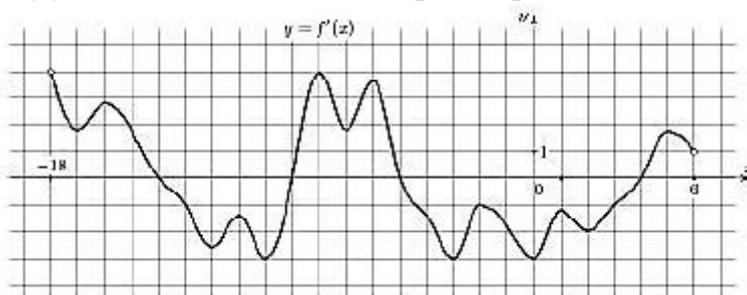
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-4; -1; 0; 2$. В какой из точек касательная к графику функции образует острый угол с положительным направлением оси x ? В ответе укажите абсциссу этой точки

60.



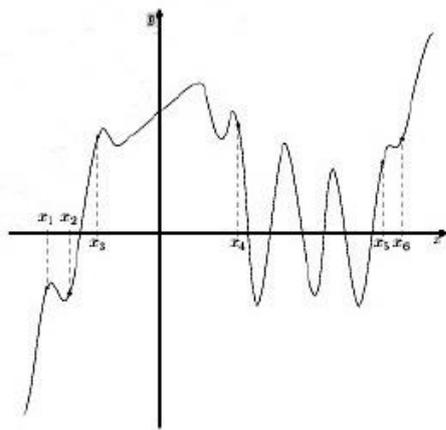
На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-13; 1]$

61.



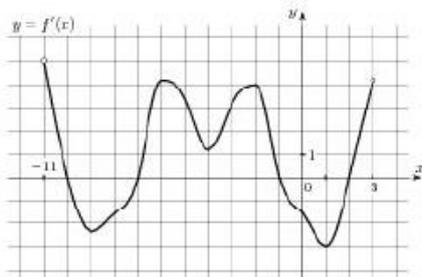
62.

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$. В скольких из этих точек функция убывает



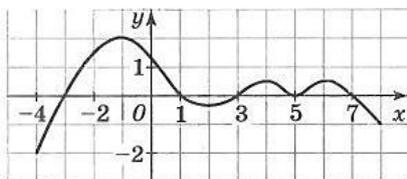
На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них

63.



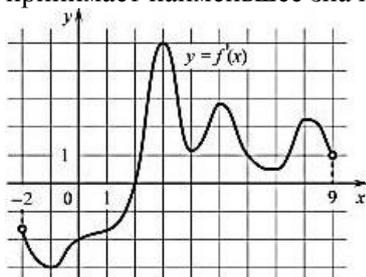
На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на отрезке $[-4; 8]$. Найдите сумму длин промежутков возрастания функции $f(x)$ на заданном отрезке

64.



На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение

65.



66. При движении тела по прямой расстояние (в метрах) от некоторой точки меняется по закону $s(t) = 7t^2 - 4t + 15$ (t – время движения в секундах). Найдите ускорение (в м/с^2) тела через 3 секунды после начала движения
1. 14 2. 16 3. 13 4. 15

67. Дана функция $f(x) = x^2 - 3x^2 + 3x + a$ Найдите значение параметра a , при котором наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 2]$ равно 5