

Модуль № 6 «Тригонометрия»

В тесте проверяются теоретическая и практическая части.

ТЕМА	Знать	Уметь
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ	<p>Понятие угла в тригонометрическом круге; соответствие каждой точки единичной окружности в координатной плоскости определённому углу. Градусная и радианная мера угла и приемы их перевода из одной меры в другую. Определение синуса и косинуса произвольного угла. Основные формулы для $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$. Арксинус. Арккосинус. <i>Примеры использования арксинуса и арккосинуса. Формулы для арксинуса и арккосинуса.</i> Основные тригонометрические тождества. Определение тангенса и котангенса угла. Основные формулы для $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$. Арктангенс. Арккотангенс. <i>Примеры использования арктангенса и арккотангенса. Формулы для арктангенса и арккотангенса.</i> Формулы косинуса разности и косинуса суммы двух углов. Формулы для дополнительных углов. Синус суммы и синус разности двух углов. Сумма и разность синусов и косинусов. Формулы для двойных и половинных углов.</p>	<p>Отмечать на единичной окружности точки, соответствующие углам; определять значения синусов, косинусов «табличных» углов; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; применять опорные знания для получения новых; вычислять аркусы табличных углов; преобразовывать выражения, содержащие аркусы; решать элементарные тригонометрические уравнения на единичной окружности с помощью аркусов. Определять значения тангенсов и котангенсов «табличных» углов; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; применять опорные знания для получения новых; вычислять аркусы табличных углов; преобразовывать выражения, содержащие аркусы; решать элементарные тригонометрические уравнения на единичной окружности с помощью аркусов. Применять формулы косинуса разности и косинуса суммы двух углов; применять формулы приведения; применять формулы синуса суммы и синуса разности двух углов; выполнять преобразования, используя соответствующие формулы; уметь доказывать тригонометрические тождества; выполнять преобразования и вычисления, используя соответствующие формулы.</p>

	Произведение синусов и косинусов. Формулы для тангенсов.	
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ.	Определение функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики.	Строить графики функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$; определять промежутки возрастания и убывания функций; сравнивать функции; читать графики построенных функций.
Тригонометрические уравнения	<p>Простейшие тригонометрические уравнения: какие уравнения называют простейшими тригонометрическими, приемы решения тригонометрических уравнений. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.</p> <p>Применение основных тригонометрических формул, формул сложения и других формул для решения уравнений. Приемы понижения кратности угла и понижения степени уравнения.</p> <p>Однородные уравнения. Какое уравнение называют тригонометрическим однородным. Простейшие неравенства для синуса и косинуса. Простейшие неравенства для тангенса и котангенса.</p> <p>Способы решения тригонометрических неравенств; однородных тригонометрических уравнений и неравенств. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой переменного.</p> <p>Введение вспомогательного угла. Замена неизвестного $t = \sin x + \cos x$.</p>	Решать простейшие тригонометрические уравнения; применять метод замены неизвестного; применять основные тригонометрические формулы для решения уравнений; решать однородные тригонометрические уравнения; решать неравенства, опираясь на графики, на единичную окружность; использовать знания для построения простейших математических моделей; решать неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.

Примерные практические задания

Измерение углов	<p>Определите четверть, в которой лежит угол</p> <p>1. 100° 6. -830°</p> <p>2. 80° 7. $1,2\pi$</p> <p>3. 300° 8. $2,3\pi$</p> <p>4. 700° 9. $\frac{3\pi}{4}$</p> <p>5. -200° 10. $\frac{4\pi}{6}$</p>
Знаки тригонометрических функций	<p>Определите знак выражения</p> <p>1. $\cos 40^\circ$ 5. $\cos 290^\circ$</p> <p>2. $\sin 70^\circ$ 6. $\operatorname{tg} 98^\circ$</p> <p>3. $\cos 113^\circ$ 7. $\operatorname{ctg} 200^\circ$</p> <p>4. $\sin 240^\circ$ 8. $\sin(-140^\circ)$</p>

<p>Значения тригонометрических функций</p>	<p>Вычислите значение выражения</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td style="width: 50%;">1. $\sin 135^\circ$</td> <td style="width: 50%;">10. $\sin \pi$</td> </tr> <tr> <td>2. $\cos 210^\circ$</td> <td>11. $\cos 3,5\pi$</td> </tr> <tr> <td>3. $\sin 300^\circ$</td> <td>12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$</td> </tr> <tr> <td>4. $\sin 240^\circ$</td> <td>13. $\cos \frac{5}{3}\pi$</td> </tr> <tr> <td>5. $\operatorname{tg} 315^\circ$</td> <td>14. $\sin \frac{10}{3}\pi$</td> </tr> <tr> <td>6. $\sin (-120^\circ)$</td> <td>15. $\cos (-960^\circ)$</td> </tr> <tr> <td>7. $\cos (-150^\circ)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>8. $\cos \frac{2\pi}{3}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	1. $\sin 135^\circ$	10. $\sin \pi$	2. $\cos 210^\circ$	11. $\cos 3,5\pi$	3. $\sin 300^\circ$	12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$	4. $\sin 240^\circ$	13. $\cos \frac{5}{3}\pi$	5. $\operatorname{tg} 315^\circ$	14. $\sin \frac{10}{3}\pi$	6. $\sin (-120^\circ)$	15. $\cos (-960^\circ)$	7. $\cos (-150^\circ)$		8. $\cos \frac{2\pi}{3}$		9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$	
1. $\sin 135^\circ$	10. $\sin \pi$																		
2. $\cos 210^\circ$	11. $\cos 3,5\pi$																		
3. $\sin 300^\circ$	12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$																		
4. $\sin 240^\circ$	13. $\cos \frac{5}{3}\pi$																		
5. $\operatorname{tg} 315^\circ$	14. $\sin \frac{10}{3}\pi$																		
6. $\sin (-120^\circ)$	15. $\cos (-960^\circ)$																		
7. $\cos (-150^\circ)$																			
8. $\cos \frac{2\pi}{3}$																			
9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$																			
<p>Формулы приведения</p>	<p>Преобразуйте данное выражение с помощью формул приведения</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td style="width: 50%;">1. $\cos \left(\frac{\pi}{2} - t \right)$</td> <td style="width: 50%;">5. $\operatorname{tg} (2t + \pi)$</td> </tr> <tr> <td>2. $\sin (\pi - t)$</td> <td>6. $\sin \left(t - \frac{\pi}{2} \right)$</td> </tr> <tr> <td>3. $\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + t \right)$</td> <td>7. $\operatorname{tg} (270^\circ - t)$</td> </tr> <tr> <td>4. $\cos (2\pi - t)$</td> <td>8. $\cos (t - 90^\circ)$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>9. $\sin (720^\circ + t)$</td> </tr> </tbody> </table>	1. $\cos \left(\frac{\pi}{2} - t \right)$	5. $\operatorname{tg} (2t + \pi)$	2. $\sin (\pi - t)$	6. $\sin \left(t - \frac{\pi}{2} \right)$	3. $\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + t \right)$	7. $\operatorname{tg} (270^\circ - t)$	4. $\cos (2\pi - t)$	8. $\cos (t - 90^\circ)$		9. $\sin (720^\circ + t)$								
1. $\cos \left(\frac{\pi}{2} - t \right)$	5. $\operatorname{tg} (2t + \pi)$																		
2. $\sin (\pi - t)$	6. $\sin \left(t - \frac{\pi}{2} \right)$																		
3. $\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + t \right)$	7. $\operatorname{tg} (270^\circ - t)$																		
4. $\cos (2\pi - t)$	8. $\cos (t - 90^\circ)$																		
	9. $\sin (720^\circ + t)$																		
<p>Основные формулы тригонометрии</p>	<p>Вычислите значения выражения</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>1. $\sin 2^\circ \cos 28^\circ + \sin 28^\circ \cos 2^\circ$</p> <p>2. $\sin 40^\circ \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cos 40^\circ$</p> <p>3. $\cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$</p> <p>4. $\cos 49^\circ \cos 11^\circ - \sin 49^\circ \sin 11^\circ$</p> <p>5. $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{15} - \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{15}$</p> <p>6. $\cos \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{24} - \cos \frac{5\pi}{24} \sin \frac{3\pi}{8}$</p> <p>7. $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>8. $\frac{\operatorname{tg} 13^\circ + \operatorname{tg} 32^\circ}{1 - \operatorname{tg} 13^\circ \operatorname{tg} 32^\circ}$</p> <p>9. $\frac{\operatorname{tg} 65^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ}{1 + \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 35^\circ}$</p> <p>10. $\frac{\operatorname{tg} 11^\circ + \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 11^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}$</p> <p>11. $\frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{ctg} 83^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ}$</p> <p>12. $\frac{\sin 7^\circ \cos 47^\circ + \cos 7^\circ \sin 47^\circ}{\sin 13^\circ \cos 41^\circ + \cos 13^\circ \sin 41^\circ}$</p> <p>13. $\frac{\cos 51^\circ \cos 12^\circ - \sin 51^\circ \sin 12^\circ}{\sin 13^\circ \cos 14^\circ + \cos 13^\circ \sin 14^\circ}$</p> </td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Докажите тождество</p>	<p>1. $\sin 2^\circ \cos 28^\circ + \sin 28^\circ \cos 2^\circ$</p> <p>2. $\sin 40^\circ \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cos 40^\circ$</p> <p>3. $\cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$</p> <p>4. $\cos 49^\circ \cos 11^\circ - \sin 49^\circ \sin 11^\circ$</p> <p>5. $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{15} - \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{15}$</p> <p>6. $\cos \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{24} - \cos \frac{5\pi}{24} \sin \frac{3\pi}{8}$</p> <p>7. $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$</p>	<p>8. $\frac{\operatorname{tg} 13^\circ + \operatorname{tg} 32^\circ}{1 - \operatorname{tg} 13^\circ \operatorname{tg} 32^\circ}$</p> <p>9. $\frac{\operatorname{tg} 65^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ}{1 + \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 35^\circ}$</p> <p>10. $\frac{\operatorname{tg} 11^\circ + \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 11^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}$</p> <p>11. $\frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{ctg} 83^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ}$</p> <p>12. $\frac{\sin 7^\circ \cos 47^\circ + \cos 7^\circ \sin 47^\circ}{\sin 13^\circ \cos 41^\circ + \cos 13^\circ \sin 41^\circ}$</p> <p>13. $\frac{\cos 51^\circ \cos 12^\circ - \sin 51^\circ \sin 12^\circ}{\sin 13^\circ \cos 14^\circ + \cos 13^\circ \sin 14^\circ}$</p>																
<p>1. $\sin 2^\circ \cos 28^\circ + \sin 28^\circ \cos 2^\circ$</p> <p>2. $\sin 40^\circ \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cos 40^\circ$</p> <p>3. $\cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$</p> <p>4. $\cos 49^\circ \cos 11^\circ - \sin 49^\circ \sin 11^\circ$</p> <p>5. $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{15} - \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{15}$</p> <p>6. $\cos \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{24} - \cos \frac{5\pi}{24} \sin \frac{3\pi}{8}$</p> <p>7. $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$</p>	<p>8. $\frac{\operatorname{tg} 13^\circ + \operatorname{tg} 32^\circ}{1 - \operatorname{tg} 13^\circ \operatorname{tg} 32^\circ}$</p> <p>9. $\frac{\operatorname{tg} 65^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ}{1 + \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 35^\circ}$</p> <p>10. $\frac{\operatorname{tg} 11^\circ + \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 11^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}$</p> <p>11. $\frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{ctg} 83^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ}$</p> <p>12. $\frac{\sin 7^\circ \cos 47^\circ + \cos 7^\circ \sin 47^\circ}{\sin 13^\circ \cos 41^\circ + \cos 13^\circ \sin 41^\circ}$</p> <p>13. $\frac{\cos 51^\circ \cos 12^\circ - \sin 51^\circ \sin 12^\circ}{\sin 13^\circ \cos 14^\circ + \cos 13^\circ \sin 14^\circ}$</p>																		

$$1. 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha = \sin 2\alpha$$

$$2. \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = -\cos 2\alpha$$

$$3. \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1 + \cos^2 2\alpha}{2}$$

$$4. \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$$

$$5. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$6. \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

$$7. \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$$

$$8. \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha$$

$$9. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha$$

Тригонометрические
выражения

Часть 1

Абсцисса точки, лежащей на единичной окружности называется

Ордината точки, лежащей на единичной окружности называется

Отношение синуса к косинусу – это

Выразите в радианах величину угла, градусная мера которого равна 1440°

Выразите в градусах величину угла, радианная мера которого равна $\frac{9\pi}{4}$

Найдите значения выражения $8 \cos^2 45^{\circ} - \cos 30^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 60^{\circ} \cdot \sin 30^{\circ}$

Найдите значения выражения $16\sqrt{2} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Используя формулы приведения, найдите значение выражения $\frac{18 \sin 19^{\circ}}{\sin 341^{\circ}}$

Найдите значение выражения $-50 \operatorname{tg} 9^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 81^{\circ} + 31$

Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^{\circ} \cdot \cos 11^{\circ}}{\sin 22^{\circ}}$

Вычислить $\frac{12}{\sin^2 27^{\circ} + \cos^2 207^{\circ}}$

Найдите $15 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Найдите $25 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -0,6$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Найдите $1,25 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Значение выражения $\cos 54^\circ \cos 6^\circ - \sin 54^\circ \sin 6^\circ$

Упростите выражение $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$

Часть 2

Вычислить $4 \cos \frac{2\pi}{3} - 4 \sin \frac{5\pi}{6} + 6\sqrt{3} \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - 2\sqrt{2} \cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) - 2 \sin(-3\pi)$

Найдите $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha + 18}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha + 6} = 3$.

Найдите значение выражения $\frac{\sin 50^\circ \sin 20^\circ + \sin 40^\circ \cos 20^\circ}{\cos 70^\circ \cos 40^\circ + \sin 70^\circ \cos 50^\circ}$

Значение выражения $\frac{4 \cos 25^\circ - 3 \sin 65^\circ}{\sin 115^\circ}$ равно

Часть 3

Вычислите $11 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$, если $\sin \alpha - \cos \alpha = -1,2$

Вычислить $\frac{2 \sin^2 70^\circ - 1}{2 \operatorname{ctg} 115^\circ \cdot \cos^2 155^\circ} \cdot \frac{3(\sin^2 13^\circ + \sin^2 77^\circ)}{4 \cos^2 30^\circ}$