Тема: Основные понятия математической логики.

Про обозначения

К сожалению, обозначения логических операций И, ИЛИ и НЕ, принятые в «серьезной» математической логике ($\wedge, \vee, \neg$), неудобны, интуитивно непонятны и никак не проявляют аналогии с обычной алгеброй. Автор, к своему стыду, до сих пор иногда путает $\wedge$ и $\vee$. Поэтому на его уроках операция «НЕ» обозначается чертой сверху, «И» – знаком умножения (поскольку это все же логическое умножение), а «ИЛИ» – знаком «+» (логическое сложение).

В разных учебниках используют разные обозначения. К счастью, в начале задания ЕГЭ приводится расшифровка закорючек ($\wedge$, $\vee$, $\neg$), что еще раз подчеркивает проблему. Далее во всех решениях приводятся два варианта записи.

Что нужно знать:

- условные обозначения логических операций

$\neg$ **A**, $\overline{A}$	не A (отрицание, инверсия)
A $\wedge$ **B**, $A \cdot B$	A и B (логическое умножение, конъюнкция)
A $\vee$ **B**, $A + B$	A или B (логическое сложение, дизъюнкция)
A $\to$ **B**	импликация (следование)

- таблицы истинности логических операций «И», «ИЛИ», «НЕ», «импликация» (см. презентацию «Логика»)
- операцию «импликация» можно выразить через «ИЛИ» и «НЕ»:

  A $\to$ **B** = $\neg$ **A** $\vee$ **B** или в других обозначениях **A** $\to$ **B** = $\overline{A} + B$
- если в выражении нет скобок, сначала выполняются все операции «НЕ», затем – «И», затем – «ИЛИ», и самая последняя – «импликация»
- иногда полезны формулы де Моргана[1]:

  $\neg$ (**A** $\wedge$ **B**) = $\neg$ **A** $\vee$ $\neg$ **B** $\qquad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

  $\neg$ (**A** $\vee$ **B**) = $\neg$ **A** $\wedge$ $\neg$ **B** $\qquad \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
- для упрощения выражений можно использовать формулы

  $$A + A \cdot B = A \text{ (т.к. } A + A \cdot B = A \cdot 1 + A \cdot B = A \cdot (1 + B) = A \cdot 1 = A\text{)}$$

  $$A + \overline{A} \cdot B = A + B \text{ (т.к. } A + \overline{A} \cdot B = (A + \overline{A}) \cdot (A + B) = 1 \cdot (A + B) = A + B\text{)}$$
- некоторые свойства импликации

  $$A \to (B \cdot C) = (A \to B) \cdot (A \to C)$$

  $$A \to (B + C) = (A \to B) + (A \to C)$$

Связь логики и теории множеств:

- пересечение множеств соответствует умножению логических величин, а объединение – логическому сложению;
- пустое множество $\varnothing$ – это множество, не содержащее ни одного элемента, оно играет роль нуля в теории множеств;
- универсальное множество I – это множество, содержащее все возможные элементы заданного типа (например, все целые числа), оно играет роль логической единицы: для любого множества целых чисел X справедливы равенства $X + I = I$ и $X \cdot I = X$ (для простоты мы используем знаки сложения и умножения вместо знаков пересечения $\cap$ и объединения $\cup$ множеств)

[1] **Огастес (Август) де Морган –** шотландский математик и логик.

- **дополнение** $\overline{X}$ множества X – это разность между универсальным множеством I и множеством X (например, для целых чисел $\overline{X}$ – все целые числа, не входящие в X)
- пусть требуется выбрать множество A так, чтобы выполнялось равенство $A + X = I$; в этом случае множество A должно включать дополнение $\overline{X}$, то есть $A \supseteq \overline{X}$ (или «по-простому» можно записать $A \geq \overline{X}$), то есть $A_{\min} = \overline{X}$
- пусть требуется выбрать множество A так, чтобы выполнялось равенство $\overline{A} + X = I$, в этом случае множество $\overline{A}$ должно включать дополнение $\overline{X}$, то есть $\overline{A} \supseteq \overline{X}$; отсюда $A \subseteq X$, то есть $A_{\max} = X$

Задачи с битовыми операциями. Для решения этих задач удобно применять метод, предложенный *А.В. Здвижковой* (г. Армавир) и обоснованный автором[2]. Введём обозначения

$$Z_K(x) \equiv (x \;\; \& \;\; K = 0)$$

Это означает, что если истинно $Z_K(x)$, то это равносильно тому, что истинно $x \;\; \& \;\; K = 0$. Для сокращения записи вместо $Z_K(x)$ будем писать просто Z_K.

Пусть в двоичной записи числа K бит с номером i, обозначаемый как k_i, равен 1. Если при этом для некоторого x выполнено условие Z_K, то соответствующий i-й бит в двоичной записи числа x равен нулю, так как должно выполняться условие $x_i \;\&\; k_i = 0$.

Для преобразования выражений полезно следующее свойство:

$$Z_K \cdot Z_M = Z_{K \text{ or } M}$$

где «**or**» означает поразрядную дизъюнкцию между двумя натуральными числами. Для доказательства предположим, что в двоичной записи числа K биты с номерами $i_1, i_2, \ldots, i_q$ равны 1, а остальные равны 0; а в двоичной записи числа M биты с номерами $j_1, j_2, \ldots, j_p$ равны 1, а остальные равны 0. Истинность выражения в левой части означает, что все биты числа x, входящие во множества $B_K = \{i_1, i_2, \ldots, i_q\}$ и $B_M = \{j_1, j_2, \ldots, j_p\}$ одновременно равны нулю. Поэтому любая комбинация битов из этих множеств тоже равна нулю. Это справедливо, в том числе, и для множества, которое представляет собой объединение множеств B_K и B_M, то есть, для множества единичных битов числа K **or** M.

Самый важный результат можно сформулировать так:

Условие $Z_K \to Z_M$ истинно для любых натуральных значений x тогда и только тогда, когда все единичные биты двоичной записи числа M входят во множество единичных битов двоичной записи числа K.

Доказательство. Пусть в двоичной записи числа K биты с номерами $i_1, i_2, \ldots, i_q$ равны 1, а остальные равны 0. Пусть также Z_K истинно для некоторого x, это значит, что в числе x биты с теми же номерами – нулевые. Если все единичные биты двоичной записи числа M входят во множество $B_K = \{i_1, i_2, \ldots, i_q\}$, то истинно и высказывание Z_M, а следовательно – высказывание $Z_K \to Z_M$ ($1 \to 1 = 1$). Если же хотя бы один бит двоичной записи числа M не входит во множество B_K (пусть это будет бит с номером j), то для тех x, у которых все биты из множества B_K нулевые, а бит j равен 1, выполняется Z_K, но не выполняется Z_M, так что высказывание $Z_K \to Z_M$ ложно.

Для упрощения выражений полезен следующий результат:

Условие $Z_K \to Z_M \cdot \overline{Z}_N$ при любых натуральных K, M и N ложно для некоторых натуральных значений x.

Идея доказательства состоит в том, чтобы представить импликацию в виде произведения двух импликаций:

[2] http://kpolyakov.spb.ru/download/bitwise2.pdf

$$Z_K \to Z_M \cdot \bar{Z}_N = (Z_K \to Z_M) \cdot (Z_K \to \bar{Z}_N).$$

Вторая импликация в правой части ложна хотя бы для некоторых x, поскольку из того, что некоторые биты числа x равны нулю (выполняется Z_K) совершенно не следует, что какие-то другие (или те же самые) биты того же числа ненулевые (выполняется $\bar{Z}_N$). Строгое доказательство дано в статье, ссылка на которую приведена в сноске на предыдущей странице.

Метод, предложенный А.В. Здвижковой заключается в следующем:

1) упростить заданное выражение, сведя его к импликации, в которой нет инверсий
2) применить полученные выше результаты для нахождения всех подходящих значений неизвестного числа a, включая минимальное и максимальное значения.

Задачи для тренировки[3]:

1) Для какого из указанных значений числа X истинно высказывание
   ((X < 5)→(X < 3)) ∧ ((X < 2)→(X < 1))

   1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

2) Для какого числа X истинно высказывание **((X > 3)∨(X < 3)) →(X < 1)**

   1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

3) Для какого числа X истинно высказывание **X > 1 ∧ ((X < 5)→(X < 3))**

   1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

4) Для какого числа X истинно высказывание **X > 2)∨(X > 5)→(X < 3)**

   1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

5) Для какого из значений числа Z высказывание **((Z > 2)∨(Z > 4)) →(Z > 3)** будет ложным?

   1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

6) Для какого из значений числа Y высказывание **(Y < 5) ∧ ((Y > 1) → (Y > 5))** будет истинным?

   1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

[3] Источники заданий:

1. http://kpolyakov.spb.ru
2. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2016 гг.
3. Тренировочные и диагностические работы МИОО и Статград.
4. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
5. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. — М: Экзамен, 2010.
6. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2010. Информатика. Тематическая рабочая тетрадь. — М.: Экзамен, 2010.
7. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2010. Информатика. — М.: Астрель, 2009.
8. М.Э. Абрамян, С.С. Михалкович, Я.М. Русанова, М.И. Чердынцева. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. – М.: НИИ школьных технологий, 2010.
9. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
10. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ 2011. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся. — М.: Интеллект-центр, 2011.
11. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.

7) Для какого числа X истинно высказывание $(X\cdot(X-16) > -64) \rightarrow (X > 8)$

1) 5 2) 6 3) 7 4) 8

8) Для какого числа X истинно высказывание $(X\cdot(X-8) > -25 + 2\cdot X) \rightarrow (X > 7)$

1) 4 2) 5 3) 6 4) 7

9) Для какого числа X истинно высказывание

$$((X < 4) \rightarrow (X < 3)) \wedge ((X < 3) \rightarrow (X < 1))$$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

10) Для какого числа X истинно высказывание $((X<5) \rightarrow (X<3)) \wedge ((X<2) \rightarrow (X>1))$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

11) На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 15] и Q = [12, 18]. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [3, 11] 2) [2, 21] 3) [10, 17] 4)[15, 20]

12) На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 10] и Q = [15, 18]. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [3, 11] 2) [6, 10] 3) [8, 16] 4)[17, 23]

13) На числовой прямой даны два отрезка: P = [25, 30] и Q = [15, 20]. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 15] 2) [12, 30] 3) [20, 25] 4)[26, 28]

14) На числовой прямой даны два отрезка: P = [2, 20] и Q = [15, 30]. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [0, 15] 2) [3, 20] 3) [10, 25] 4)[25, 40]

15) На числовой прямой даны три отрезка: P = [5,15], Q = [10,20] и R=[15,20]. Выберите такой интервал A, что формулы

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \quad \text{и} \quad (x \notin Q) \rightarrow (x \notin R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек).

1) [3, 10] 2) [7, 12] 3) [12, 17] 4)[22, 25]

16) На числовой прямой даны три отрезка: P = [5,25], Q = [5,15] и R=[10,20]. Выберите такой интервал A, что формулы

$$(x \notin A) \to (x \notin P) \quad \text{и} \quad (x \notin Q) \to (x \in R)$$

тождественно различны, то есть принимают разные значения при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$ (за исключением, возможно, конечного числа точек).

1) (5, 12) 2) (10, 18) 3) (18, 25) 4)(20, 35)

17) На числовой прямой даны два отрезка: P = [3,33] и Q = [22, 44]. Выберите такой отрезок А, что формула

$$(x \in Q) \to (\ (x \in P)\ \to\ (x \in A)\ )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [2, 20] 2) [10, 25] 3) [20, 40] 4) [25, 30]

18) На числовой прямой даны два отрезка: P = [3,33] и Q = [22, 44]. Выберите такой отрезок А, что формула

$$(x \in P) \to (\ (x \in Q)\ \to\ (x \in A)\ )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [31, 45] 2) [21, 35] 3) [11, 25] 4) [1, 15]

19) На числовой прямой даны два отрезка: P = [23,58] и Q = [10,39]. Выберите из предложенных вариантов такой отрезок А, что логическое выражение

$$((x \in P) \land (x \in A)\ ) \to ((x \in Q) \land (x \in A)\ )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [5, 20] 2) [20, 40] 3) [40, 55] 4) [5, 55]

20) На числовой прямой даны два отрезка: P = [20,70] и Q = [5,32]. Выберите из предложенных вариантов такой отрезок А, что логическое выражение

$$((x \in P) \land (x \in A)\ ) \to ((x \in Q) \land (x \in A)\ )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [15, 35] 2) [20, 40] 3) [40, 65] 4) [75, 88]

21) На числовой прямой даны два отрезка: P = [23,58] и Q = [1,39]. Выберите из предложенных вариантов такой отрезок А, что логическое выражение

$$((x \in P) \land (x \in A)\ ) \to ((x \in Q) \land (x \in A)\ )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [5, 30] 2) [15, 40] 3) [25, 50] 4) [35, 60]

22) На числовой прямой даны два отрезка: P = [8,39] и Q = [23,58]. Выберите из предложенных вариантов такой отрезок А, что логическое выражение

$$((x \in P) \land (x \in A)\ ) \to ((x \in Q) \land (x \in A)\ )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [5, 30] 2) [15, 40] 3) [20, 50] 4) [35, 60]

23) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \to (((x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \land \neg(x \in \mathrm{A})) \to \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества А.

24) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \lor (\neg(x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \to (x \in \mathrm{A}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества А.

25) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \vee (\neg(x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \to (x \in \mathrm{A}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества А.

26) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$((x \in \{3, 5, 7, 11, 12, 15\}) \to (x \in \{5, 6, 12, 15\})) \vee (x \in \mathrm{A})$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества А.

27) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$((x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 12\}) \to (x \in \{3, 6, 9, 12\})) \vee (x \in \mathrm{A})$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества А.

28) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{2, 4, 8, 12, 15\}) \to ((x \in \{3, 6, 8, 15\}) \vee (x \in \mathrm{A}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества А.

29) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$((x \in \{3, 5, 7, 11, 12\}) \to \neg(x \in \{5, 6, 12, 15\})) \vee (x \in \mathrm{A})$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества А.

30) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$((x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}) \to \neg(x \in \{3, 6, 9, 12\})) \vee (x \in \mathrm{A})$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества А.

31) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{2, 4, 8, 12, 15\}) \to (\neg(x \in \{3, 6, 8, 15\}) \vee (x \in \mathrm{A}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества А.

32) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in \{2, 4, 8, 12, 16\}) \wedge \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee (x \in \mathrm{A})$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

33) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in \mathrm{A}) \to (\neg(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \wedge (x \in \{3, 5, 15\})) \vee \neg(x \in \{3, 5, 15\})$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

34) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in \mathrm{A}) \to \neg(x \in \{1, 3, 7\}) \vee (\neg(x \in \{1, 2, 4, 5, 6\}) \wedge (x \in \{1, 3, 7\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

35) На числовой прямой даны два отрезка: P = [5; 30] и Q = [14; 23]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

36) Элементами множеств А, P и Q являются натуральные числа, причём P = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20} и Q = { 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}. Известно, что выражение

$$((x \in \mathrm{A}) \to (x \in \mathrm{P})) \wedge ((x \in \mathrm{Q}) \to \neg(x \in \mathrm{A}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
Определите наибольшее возможное количество элементов множества А.

37) Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(x \,\&\, 30 = 0) \vee (\,(x \,\&\, 57 = \;0) \rightarrow\; (x \,\&\, A \neq 0)\,)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

38) Введём выражение $M \,\&\, K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(x \,\&\, 43 = 0) \vee (\,(x \,\&\, 50 = \;0) \rightarrow\; (x \,\&\, A \neq 0)\,)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

39) Известно, что для чисел X, Y и Z истинно высказывание

(Z < X ∨ Z < Y) ∧ ¬(Z+1 < X) ∧ ¬(Z+1 < Y)

Чему равно Z, если X=25 и Y=48?

40) A, B и C – целые числа, для которых истинно высказывание:

(C<A ∨ C<B) ∧ ¬(C+1 < A) ∧ ¬(C+1 < B)

Чему равно **C**, если **A=45** и **B=18**?

41) Сколько различных решений имеет уравнение

J ∧ ¬K ∧ L ∧ ¬M ∧ (N ∨ ¬N) = 0

где J, K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений J, K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

42) A, B и C – целые числа, для которых истинно высказывание

¬(A = B) ∧ ((B < A) → (2C > A)) ∧ ((A < B) → (A > 2C))

Чему равно A, если C = 8 и B = 18?.

43) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором истинно высказывание:

(X ·X – 1 > 100) → (X · (X–1) < 100)

44) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором ложно высказывание:

(8 ·X – 6 < 75) → (X · (X–1) > 65)

45) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором ложно высказывание:

(X · (X+1) > 55) → (X ·X > 50)

46) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором истинно высказывание:

(X · (X+1) > X ·X + 7) → (X · (X+1) ≤ X ·X + 7)

47) Сколько различных решений имеет уравнение

(K ∨ L ∨ M) ∧ (¬L ∧ ¬M ∧ N) = 1

где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

48) Сколько различных решений имеет уравнение

(K ∧ L ∧ M) → (¬M ∧ N) = 1

где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

49) Сколько различных решений имеет уравнение

(K ∨ L) ∧ (M ∨ N) = 1

где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

50) Сколько различных решений имеет уравнение

$$((A \to B) \wedge C) \vee (D \wedge \neg D) = 1,$$

где A, B, C, D – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений A, B, C, D, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать количество таких наборов.

51) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором ложно высказывание:

$$(X \cdot (X+1) > 85) \to (X \cdot X > 90)$$

52) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором истинно высказывание:

$$(X \cdot (X+2) > X \cdot X + 30) \to (X \cdot (X+2) \le X \cdot X + 30)$$

53) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором истинно высказывание:

$$(X \cdot X - 7 > 15) \to (X \cdot X + 8 < 35)$$

54) Каково наибольшее целое положительное число **X**, при котором ложно высказывание:

$$(9 \cdot X + 5 > 60) \to (X \cdot X > 80)$$

55) Сколько различных решений имеет уравнение

$$\neg((J \to K) \to (L \wedge M \wedge N)) \vee \neg((L \wedge M \wedge N) \to (\neg J \vee K)) \vee (M \wedge J) = 0$$

где J, K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений J, K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

56) Укажите значения переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение

$$(M \wedge \neg(L \vee K)) \to (\neg(K \wedge M) \wedge N)$$

ложно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что K=1, L=1, M=0, N=1.

57) Сколько различных решений имеет уравнение

$$(((K \wedge \neg L \wedge \neg N) \to (\neg L \to M)) \vee ((\neg K \vee L \vee N) \to (\neg L \wedge \neg M))) \wedge (K \vee N) = 1$$

где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

58) Сколько различных решений имеет уравнение

$$(((\neg K \to M) \to (M \wedge \neg L \wedge \neg N)) \vee ((\neg K \wedge \neg M) \to (\neg M \vee L \vee N))) \wedge (L \wedge M) = 1$$

где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

59) A, B и C – целые числа, для которых истинно высказывание

$$\neg(A = B) \wedge ((A > B) \to (C = B)) \wedge ((B > A) \to (C = A))$$

Чему равно B, если A = 45 и C = 18?.

60) Сколько различных решений имеет уравнение

$$(X \vee Y \vee Z) \to (X \wedge P) = 1$$

где X, Y, Z, P – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

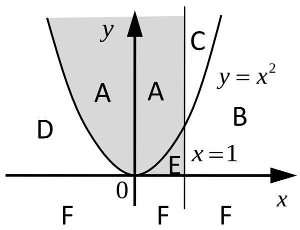
61) Каково наименьшее целое положительное число **X**, при котором ложно высказывание:

$$(82 < X \cdot X) \to (81 > (X-1) \cdot (X-1))$$

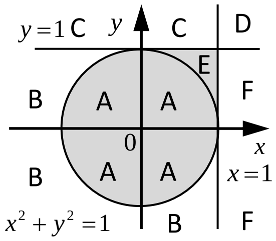
Тема: Логические функции на области числовых значений.

Запишите предикат, который будет принимать значение истина, если точка с координатами x, y на координатной плоскости лежит внутри фигуры, заштрихованной области (включая ее границы)

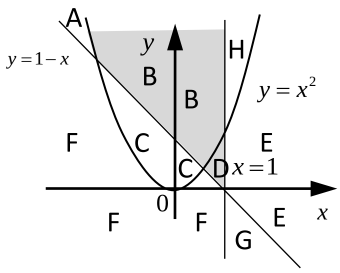
1)



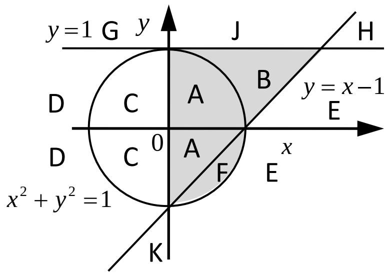
2)



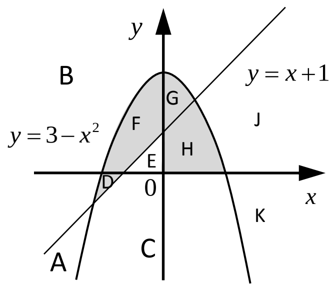
3)



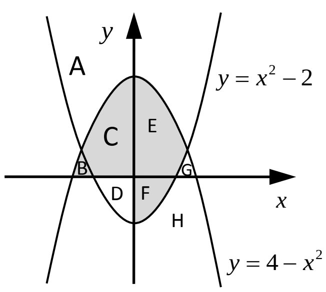
4)



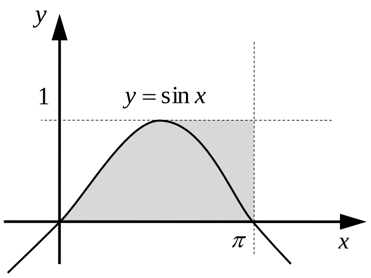
5)



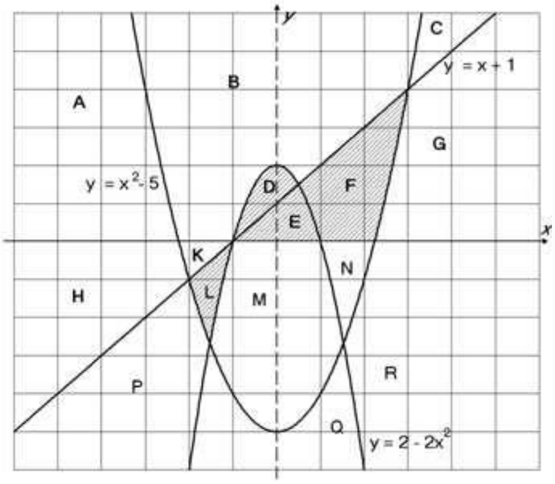
6)



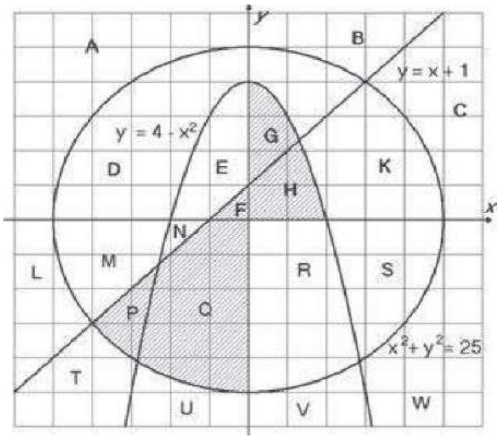
7)


y
1
y = sin x
π
x

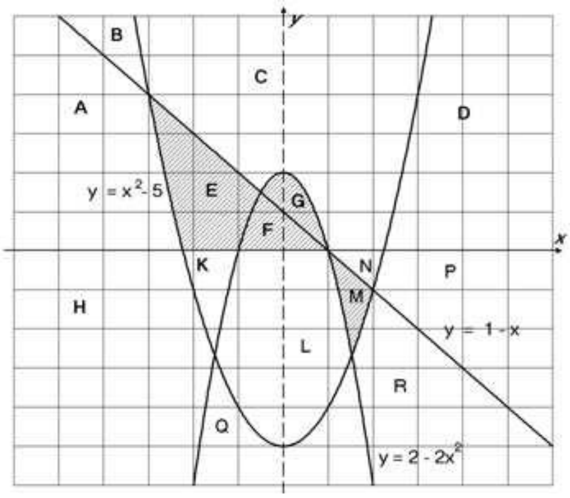
8)


y
C
y = x + 1
A
B
G
y = x²- 5
D
F
E
x
K
N
H
L
M
P
R
Q
y = 2 - 2x²

9)


y
A
B
y = x + 1
C
y = 4 - x²
G
D
E
K
H
F
x
N
L
M
R
S
P
Q
x² + y² = 25
T
U
V
W

10)


y
B
C
A
D
y = x²- 5
E
G
F
x
K
N
P
H
M
y = 1 - x
L
R
Q
y = 2 - 2x²