

Материалы для сайта по математике (алгебра) 10 класс

Тема «Тригонометрия»

Учитель: Данилова А.Р., Дорогина Ж.А.

ТЕМА	Знать	Уметь
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ	<p>Понятие угла в тригонометрическом круге; соответствие каждой точки единичной окружности в координатной плоскости определенному углу. Градусная и радианная мера угла и приемы их перевода из одной меры в другую. Определение синуса и косинуса произвольного угла. Основные формулы для $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$. Арксинус. Арккосинус. <i>Примеры использования арксинуса и арккосинуса. Формулы для арксинуса и арккосинуса.</i> Основные тригонометрические тождества. Определение тангенса и котангенса угла. Основные формулы для $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$. Арктангенс. Арккотангенс. <i>Примеры использования арктангенса и арккотангенса. Формулы для арктангенса и арккотангенса.</i> Формулы косинуса разности и косинуса суммы двух углов. Формулы для дополнительных углов. Синус суммы и синус разности двух углов. Сумма и разность синусов и косинусов. Формулы для двойных и половинных углов. Произведение синусов и косинусов. Формулы для тангенсов.</p>	<p>Отмечать на единичной окружности точки, соответствующие углам; определять значения синусов, косинусов «табличных» углов; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; применять опорные знания для получения новых; вычислять аркусы табличных углов; преобразовывать выражения, содержащие аркусы; решать элементарные тригонометрические уравнения на единичной окружности с помощью аркусов. Определять значения тангенсов и котангенсов «табличных» углов; проводить преобразования выражений, включающих тригонометрические функции; применять опорные знания для получения новых; вычислять аркусы табличных углов; преобразовывать выражения, содержащие аркусы; решать элементарные тригонометрические уравнения на единичной окружности с помощью аркусов. Применять формулы косинуса разности и косинуса суммы двух углов; применять формулы приведения; применять формулы синуса суммы и синуса разности двух углов; выполнять преобразования, используя соответствующие формулы; уметь доказывать тригонометрические тождества; выполнять преобразования и вычисления, используя соответствующие формулы.</p>

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ.	Определение функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики.	Строить графики функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$; определять промежутки возрастания и убывания функций; сравнивать функции; читать графики построенных функций.
Тригонометрические уравнения	<p>Простейшие тригонометрические уравнения: какие уравнения называют простейшими тригонометрическими, приемы решения тригонометрических уравнений. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Применение основных тригонометрических формул, формул сложения и других формул для решения уравнений. Приемы понижения кратности угла и понижения степени уравнения. Однородные уравнения. Какое уравнение называют тригонометрическим однородным. Простейшие неравенства для синуса и косинуса. Простейшие неравенства для тангенса и котангенса. Способы решения тригонометрических неравенств; однородных тригонометрических уравнений и неравенств. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой переменного. Введение вспомогательного угла. Замена неизвестного $t = \sin x + \cos x$.</p>	Решать простейшие тригонометрические уравнения; применять метод замены неизвестного; применять основные тригонометрические формулы для решения уравнений; решать однородные тригонометрические уравнения; решать неравенства, опираясь на графики, на единичную окружность; использовать знания для построения простейших математических моделей; решать неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)

ТЕМА	ВОПРОСЫ (ЗАДАНИЯ)
Измерение углов	<p>Определите четверть, в которой лежит угол</p> <p>1. 100° 6. -830°</p> <p>2. 80° 7. $1,2\pi$</p> <p>3. 300° 8. $2,3\pi$</p> <p>4. 700° 9. $\frac{3\pi}{4}$</p> <p>5. -200° 10. $\frac{4\pi}{6}$</p>
Знаки тригонометрических функций	<p>Определите знак выражения</p> <p>1. $\cos 40^\circ$ 5. $\cos 290^\circ$</p> <p>2. $\sin 70^\circ$ 6. $\operatorname{tg} 98^\circ$</p> <p>3. $\cos 113^\circ$ 7. $\operatorname{ctg} 200^\circ$</p> <p>4. $\sin 240^\circ$ 8. $\sin(-140^\circ)$</p>
Значения тригонометрических функций	<p>Вычислите значение выражения</p> <p>1. $\sin 135^\circ$ 10. $\sin \pi$</p> <p>2. $\cos 210^\circ$ 11. $\cos 3,5\pi$</p> <p>3. $\sin 300^\circ$ 12. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$</p> <p>4. $\sin 240^\circ$ 13. $\cos \frac{5}{3}\pi$</p> <p>5. $\operatorname{tg} 315^\circ$ 14. $\sin \frac{10}{3}\pi$</p> <p>6. $\sin(-120^\circ)$ 15. $\cos(-960^\circ)$</p> <p>7. $\cos(-150^\circ)$</p> <p>8. $\cos \frac{2\pi}{3}$</p> <p>9. $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$</p>

<p>Формулы приведения</p>	<p>Преобразуйте данное выражение с помощью формул приведения</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$ 2. $\sin(\pi - t)$ 3. $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$ 4. $\cos(2\pi - t)$ 5. $\operatorname{tg}(2t + \pi)$ 6. $\sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$ 7. $\operatorname{tg}(270^\circ - t)$ 8. $\cos(t - 90^\circ)$ 9. $\sin(720^\circ + t)$
<p>Основные формулы тригонометрии</p>	<p>Вычислите значения выражения</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\sin 2^\circ \cos 28^\circ + \sin 28^\circ \cos 2^\circ$ 2. $\sin 40^\circ \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cos 40^\circ$ 3. $\cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$ 4. $\cos 49^\circ \cos 11^\circ - \sin 49^\circ \sin 11^\circ$ 5. $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{15} - \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{15}$ 6. $\cos \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{24} - \cos \frac{5\pi}{24} \sin \frac{3\pi}{8}$ 7. $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$ 8. $\frac{\operatorname{tg} 13^\circ + \operatorname{tg} 32^\circ}{1 - \operatorname{tg} 13^\circ \operatorname{tg} 32^\circ}$ 9. $\frac{\operatorname{tg} 65^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ}{1 + \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 35^\circ}$ 10. $\frac{\operatorname{tg} 11^\circ + \operatorname{tg} 24^\circ}{1 - \operatorname{tg} 11^\circ \operatorname{tg} 24^\circ}$ 11. $\frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{ctg} 83^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ}$ 12. $\frac{\sin 7^\circ \cos 47^\circ + \cos 7^\circ \sin 47^\circ}{\sin 13^\circ \cos 41^\circ + \cos 13^\circ \sin 41^\circ}$ 13. $\frac{\cos 51^\circ \cos 12^\circ - \sin 51^\circ \sin 12^\circ}{\sin 13^\circ \cos 14^\circ + \cos 13^\circ \sin 14^\circ}$ <p>Докажите тождество</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha = \sin 2\alpha$ 2. $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = -\cos 2\alpha$ 3. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1 + \cos^2 2\alpha}{2}$ 4. $\left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$ 5. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$ 6. $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$ 7. $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$ 8. $\frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha$ 9. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha$

<p>Обратные тригонометрические функции</p>	<p style="text-align: center;">Вычислите значение выражений</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>1. $\arcsin 0$</p> <p>2. $\arccos 1$</p> <p>3. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>4. $\arccos 3$</p> <p>5. $\arcsin (-1)$</p> <p>6. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$</p> <p>7. $\text{arctg } 0$</p> <p>8. $\text{arcctg } 1$</p> <p>9. $\text{arctg } (-\sqrt{3})$</p> <p>10. $\text{arcctg } \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>12. $\arcsin -\frac{1}{2} + \arccos 1$</p> <p>13. $\cos (\arccos 1)$</p> <p>14. $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$</p> <p>15. $\arcsin \left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$</p> <p>16. $\arccos \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$</p> <p>17. $\cos \left(\arcsin \left(-\frac{1}{3}\right)\right)$</p> <p>18. $\text{tg} \left(\arccos \left(-\frac{1}{4}\right)\right)$</p> <p>19. $\sin (\text{arcctg}(-2))$</p> </td> </tr> </table>	<p>1. $\arcsin 0$</p> <p>2. $\arccos 1$</p> <p>3. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>4. $\arccos 3$</p> <p>5. $\arcsin (-1)$</p> <p>6. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$</p> <p>7. $\text{arctg } 0$</p> <p>8. $\text{arcctg } 1$</p> <p>9. $\text{arctg } (-\sqrt{3})$</p> <p>10. $\text{arcctg } \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$</p>	<p>12. $\arcsin -\frac{1}{2} + \arccos 1$</p> <p>13. $\cos (\arccos 1)$</p> <p>14. $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$</p> <p>15. $\arcsin \left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$</p> <p>16. $\arccos \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$</p> <p>17. $\cos \left(\arcsin \left(-\frac{1}{3}\right)\right)$</p> <p>18. $\text{tg} \left(\arccos \left(-\frac{1}{4}\right)\right)$</p> <p>19. $\sin (\text{arcctg}(-2))$</p>
<p>1. $\arcsin 0$</p> <p>2. $\arccos 1$</p> <p>3. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>4. $\arccos 3$</p> <p>5. $\arcsin (-1)$</p> <p>6. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$</p> <p>7. $\text{arctg } 0$</p> <p>8. $\text{arcctg } 1$</p> <p>9. $\text{arctg } (-\sqrt{3})$</p> <p>10. $\text{arcctg } \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$</p>	<p>12. $\arcsin -\frac{1}{2} + \arccos 1$</p> <p>13. $\cos (\arccos 1)$</p> <p>14. $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$</p> <p>15. $\arcsin \left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$</p> <p>16. $\arccos \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$</p> <p>17. $\cos \left(\arcsin \left(-\frac{1}{3}\right)\right)$</p> <p>18. $\text{tg} \left(\arccos \left(-\frac{1}{4}\right)\right)$</p> <p>19. $\sin (\text{arcctg}(-2))$</p>		
<p>Простейшие тригонометрические уравнения</p>	<p style="text-align: center;">Решите уравнения</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>1. $\sin t = 0$</p> <p>2. $\text{tg } t = 1$</p> <p>3. $\cos t = 1$</p> <p>4. $\sin t = -1$</p> <p>5. $\text{ctg } t = 0$</p> <p>6. $\sin (-t) = 1$</p> <p>7. $\cos (-t) = -1$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>8. $\cos t = 2$</p> <p>9. $\text{ctg } t - \sqrt{3} = 0$</p> <p>10. $2 \sin t + 5 = 0$</p> <p>11. $2 \cos t = \sqrt{2}$</p> <p>12. $2 \sin t + 1 = 0$</p> <p>13. $\cos \left(2t + \frac{\pi}{4}\right) = 0$</p> </td> </tr> </table>	<p>1. $\sin t = 0$</p> <p>2. $\text{tg } t = 1$</p> <p>3. $\cos t = 1$</p> <p>4. $\sin t = -1$</p> <p>5. $\text{ctg } t = 0$</p> <p>6. $\sin (-t) = 1$</p> <p>7. $\cos (-t) = -1$</p>	<p>8. $\cos t = 2$</p> <p>9. $\text{ctg } t - \sqrt{3} = 0$</p> <p>10. $2 \sin t + 5 = 0$</p> <p>11. $2 \cos t = \sqrt{2}$</p> <p>12. $2 \sin t + 1 = 0$</p> <p>13. $\cos \left(2t + \frac{\pi}{4}\right) = 0$</p>
<p>1. $\sin t = 0$</p> <p>2. $\text{tg } t = 1$</p> <p>3. $\cos t = 1$</p> <p>4. $\sin t = -1$</p> <p>5. $\text{ctg } t = 0$</p> <p>6. $\sin (-t) = 1$</p> <p>7. $\cos (-t) = -1$</p>	<p>8. $\cos t = 2$</p> <p>9. $\text{ctg } t - \sqrt{3} = 0$</p> <p>10. $2 \sin t + 5 = 0$</p> <p>11. $2 \cos t = \sqrt{2}$</p> <p>12. $2 \sin t + 1 = 0$</p> <p>13. $\cos \left(2t + \frac{\pi}{4}\right) = 0$</p>		