

## Модуль № 4 «Степени, корни, логарифмы. Уравнения»

*В тесте проверяются теоретическая и практическая части.*

<p><b>Арифметический корень натуральной степени и степени <math>n</math> и их свойства.</b> <b>Степень с рациональным и действительным показателем и ее свойства.</b></p>	<p>Приводить примеры (давать определение) арифметических корней натуральной степени. Пояснять на примерах понятие степени с любым действительным показателем. Доказывать тождества, содержащие корень натуральной степени и степени с любым действительным показателем, применяя различные способы. Выполнять стандартные тождественные преобразования степенных, иррациональных выражений.</p>	<p>Применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем (любым действительным показателем) при вычислениях и преобразованиях выражений. Применять умения преобразовывать выражения и доказывать тождества при решении задач повышенной сложности.</p>	
<p><b>Логарифмы и их свойства. Основное логарифмическое тождество.</b></p>	<p>Владеть понятиями: логарифм, основание логарифма, подлогарифмическое выражение, десятичный и натуральный логарифмы. Вычислять логарифмы. Выполнять простейшие, стандартные тождественные преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью формул перехода.</p>	<p>Решать уравнения и неравенства, содержащие логарифмы, используя свойства логарифмов и логарифмические тождества.</p>	
<p><b>Десятичные и натуральные логарифмы.</b> <b>Формула перехода.</b></p>			<p><b>Равносильные уравнения.</b></p>

		<p>выполнять оценку правдоподобия результатов; составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами; составлять уравнение, их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений.</p>
<p><b>Иррациональные уравнения.</b></p>	<p>Выполнять стандартные тождественные преобразования степенных, иррациональных выражений. Решать простейшие иррациональные уравнения, иррациональные неравенства и их системы.</p>	<p>Свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, их систем; свободно решать системы линейных уравнений; решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами; применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли; иметь представление о неравенствах между средними степенными.</p>
<p><b>Простейшие показательные и логарифмические уравнения. Методы и способы решения показательных и логарифмических уравнений.</b></p>	<p>Решать простейшие показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы. Решать показательные и логарифмические уравнения методами разложения на множители, способом замены неизвестного, с использованием свойств функции, решать уравнения, сводящиеся к квадратным, иррациональным. Решать показательные и логарифмические уравнения, применяя различные методы. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих показательную и логарифмическую функции, и проверять их. Владеть основными типами</p>	

	показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач.	
--	---	--

**Примерные практические задания:**

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{81}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[14]{b}}$ при $b > 0$ .
Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}$ при $n = 64$ .
Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a\sqrt[6]{a}}$ при $a = 1,25$ .
Найдите значение выражения: $\frac{b^3 \cdot \sqrt[6]{b}}{\sqrt[10]{b} \cdot \sqrt[15]{b}}$ при $b = 6$ .
Найдите значение выражения: $x : 5^{2x+1} \cdot 25^{x-1}$ при $x=25$ .
Найдите значение выражения $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$ при $x = 75$
Найдите значение выражения $\frac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}} - \sqrt{y}$ , если $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$ .
Найдите значение выражения $\log_a(ab^3)$ , если $\log_b a = \frac{1}{7}$ .
Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$ , если $\log_a b = 5$ .
Найдите значение выражения $(\log_7 343) \cdot (\log_2 8)$ .
Найдите значение выражения $9 \cdot 9^{\log_9 6}$ .
Найдите значение выражения $\log_{0,1} 0,01$ .
Найдите значение выражения $\log_6 54 - \log_6 1,5$

Найдите значение выражения  $\log_{10} 0,01 + \log_{0,5} 4$ .

Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 1331}{\log_2 11}$ .

Найдите значение выражения  $\log \sqrt[3]{4}$ .

Найдите значение выражения  $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$ .

Найдите значение выражения  $10 \log_6 \sqrt[4]{6}$ .

Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$ .

Решите уравнение  $\sqrt{16-3x^2} = -x$ .

**B5** Решите уравнение  $\sqrt{40+3x-x^2} = 5-x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе напишите наименьший корень.

**B7** Найдите корень уравнения  $\sqrt{-48-14x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решите уравнение  $6^{2x-5} = 36$ .

Найдите корень уравнения  $2^{4-2x} = 64$ .

Найдите корень уравнения:  $9^{-5+x} = 729$ .

Решите уравнение  $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} = 64$ .

Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{11-x} = 36$

Решите уравнение  $5^{7-3x} = \frac{1}{25}$ .

Найдите корень уравнения  $5^{x-7} = \frac{1}{125}$

Найдите корень уравнения  $9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$

Решите уравнение  $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$ .

Найдите корень уравнения  $6^{3-x} = 0,6 \cdot 10^{3-x}$

Найдите корень уравнения  $6^{1+2x} = 1,2 \cdot 5^{1+2x}$ .

**B5** Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму корней.

$$2^x + 10 \cdot (\sqrt{2})^x - 144 = 0$$

Решите уравнение  $\log_3(2x-5) = \log_3 4$ .

Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{2}}(3x+22) = \log_{\frac{1}{2}} 40$ .

Решите уравнение  $\log_{0,5}(6x+3) = \log_{0,5} 27$ .

Решите уравнение  $\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10)$ .

Решите уравнение  $\lg(x-2) = -1$ .

Найдите корень уравнения  $\log_2(-3x+13) = 8$ .

Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{2}}(4x-5) = -2$ .

Решите уравнение  $\log_{0,1}(3x-5) = -1$ .

Решите уравнение  $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1$ .

Решите уравнение  $\log_2(4+x) = \log_2(2-x) + 2$

Найдите корень уравнения  $\log_2(7+6x) = \log_2(7-6x) + 2$ .

Найдите корень уравнения  $3^{\log_3(3x-2)} = 7$ .

Решите уравнение  $3^{\log_3(5x-5)} = 5$

Решите уравнение  $\log_8 2^{8x-4} = 4$

**B5** Решите уравнение  $\log_x(3+2x) = 2$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

**B5** Решите уравнение  $\log_{x-5} 49 = 2$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

**B5** Решите уравнение  $\log_{x+7} 25 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Найдите наименьший корень уравнения

$$3 \log_8^2(5x+7) - 7 \log_8(5x+7) + 2 = 0.$$